



تحلیل چندمتغیره خشکسالی‌های هواشناسی در ایران با استفاده از شاخص کمبود توأم (JDI)

ذبیح الله خانی تملیه^۱، حسین رضایی^{۲*}، رسول میرعباسی نجف‌آبادی^۳

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۰/۲۵

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۲۷

چکیده

پایش و پیش‌بینی خشکسالی به عنوان یک پدیده حدی طبیعی، در مدیریت منابع آب و تولیدات کشاورزی اهمیتی ویژه دارد. هدف از مطالعه حاضر، ارزیابی خشکسالی‌های هواشناسی در گستره ایران با استفاده از شاخص کمبود توأم (JDI) و مقایسه آن با SPI^{mod} می‌باشد. برای این منظور از داده‌های بارش ماهانه ۴۱ ایستگاه هواشناسی ایران در دوره آماری ۱۹۷۱-۲۰۱۷ استفاده شد. نتایج نشان داد که شاخص SPI^{mod} تغییرات فصلی بارش را به خوبی توصیف می‌کند. چون تحلیل بر مبنای شاخص SPI^{mod} به مقیاس‌های زمانی حساس بوده و احتمال ظاهر شدن نتایج ناسازگار در پنجره‌های زمانی مختلف وجود دارد. جهت رفع این نقایص از شاخص کمبود توأم (JDI) استفاده شد که مبتنی بر بسط توزیعی توأم از شاخص‌های SPI^{mod} با مقیاس زمانی ۱ تا ۱۲ ماهه به کمک توابع مفصل می‌باشد. نتایج کاربست شاخص JDI نشان داد که تعداد ماه‌های خشک (با شاخص منفی) در مناطق غرب، شمال‌غرب و برخی استان‌های شمالی بیشتر از سایر مناطق کشور بوده است. در مرحله بعد، سه مشخصه خشکسالی شامل مدت، شدت و فاصله بین آغاز دو خشکسالی متوالی از سری زمانی JDI استخراج گردید. نتایج همبستگی بین مشخصه‌های خشکسالی حاکی از همبستگی بالای ۰/۷ بین آن‌ها بود. جهت تحلیل چندمتغیره مشخصه‌های خشکسالی، برازش ۹ تابع مفصل نیز بررسی گردید که از میان آن‌ها، تابع فارلی - گامبل - مورنگستر به عنوان گزینه برتر برای بسط توزیع سه‌متغیره جهت پیش خشکسالی در ایستگاه‌های مطالعاتی تعیین شد.

واژه‌های کلیدی: تابع مفصل، خشکسالی، توزیع توأم، روش تودرتو، شاخص کمبود توأم

مقدمه

PDSI^۴، CMI^۵ و SWSI^۶ بر مبنای متغیرهای مختلف اقلیمی و هیدرولوژیکی محاسبه می‌گردند (Palmer, 1968). یکی از شاخص‌های پرکاربرد، شاخص بارش استاندارد شده (SPI) است که توسط McKee et al., (1993) معرفی شد. شاخص SPI برای هر محل بر اساس بارش بلندمدت در مقیاس‌های زمانی مدنظر قابل محاسبه است. علیرغم اینکه SPI به طور گسترده به عنوان نوعی ابزار رایج برای ارزیابی خشکسالی پذیرفته شده است، ولی محدودیت‌هایی نیز دارد (Mishra and Singh, 2010). برای برطرف کردن محدودیت‌های موجود در شاخص SPI، Kao and Govindaraju (2010) شاخص بارش استاندارد شده اصلاحی (SPI^{mod}) را پیشنهاد کردند. بر خلاف SPI

خشکسالی یک پدیده محیطی است که همواره خسارات فراوانی بر اقتصاد جوامع به دنبال داشته است (Boroghani et al., 2012). برای ارزیابی شرایط رطوبتی (خشک یا تر بودن) از شاخص‌های خشکسالی استفاده می‌شود. شاخص‌های خشکسالی بر مبنای یک یا چند متغیر اقلیمی محاسبه می‌شوند. برای مثال، شاخص‌های خشکسالی پالمر

^۱ دانشجوی دکترای مهندسی منابع آب، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران
^۲ استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران

(*نویسنده مسئول: h.rezaie@urmia.ac.ir)

^۳ دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

^۴ Palmer Drought Index

^۵ Crop Moisture Index

^۶ Surface Water Supply Index

نحوه ارجاع مقاله:

خانی تملیه، ذ.، رضایی، ح.، میرعباسی نجف‌آبادی، ر. ۱۳۹۹. تحلیل چندمتغیره خشکسالی‌های هواشناسی در ایران با استفاده از شاخص کمبود توأم (JDI). نشریه هواشناسی کشاورزی، ۸(۱)، ۲۶-۳۹. DOI: 10.22125/agmj.2020.215899.1088

Khani Temeliyeh, Z., Rezaei, H., Mirabbasi Najafabadi, R. 2020. Multivariate Analysis of Meteorological Droughts in Iran Using Joint Deficit Index (JDI). Journal of Agricultural Meteorology, 8(1), 26-39. DOI: 10.22125/agmj.2020.215899.1088

(2020) and Nazeri Tahroudi در شرق ایران، (2019) Filho et al., در حوضه رودخانه‌ای در چین و Sun et al., (2019) در پرتغال اشاره کرد. از جمله مطالعاتی که با استفاده از شاخص کمبود توأم (JDI) صورت گرفته است می‌توان به موارد زیر اشاره کرد. (2013) Mirabbasi et al., پایش بلند مدت خشکسالی‌ها در ارومیه را با استفاده از شاخص JDI مورد مطالعه قرار دادند. نتایج حاصل نشان داد که ارومیه یک سلسله خشکسالی‌های بلندمدت و شدید را طی سال‌های ۱۹۹۶ تا ۲۰۱۱ تجربه کرده است. (2017) Mirabbasi et al., به تحلیل خشکسالی‌های شمال شرق ایران با استفاده از شاخص JDI پرداختند. نتایج حاصل از مطالعه آن‌ها نشان داد که تعداد ماه‌های خشک در منطقه مورد مطالعه، بالاخص مناطق مرطوب افزایش یافته است. (2015) Ahmadi et al., خشکسالی‌های حاشیه جنوبی دریای خزر را با استفاده از شاخص JDI بررسی کردند و نشان دادند که طی دوره مورد مطالعه تعداد ماه‌های خشک در منطقه به بیش از ۵۰ درصد رسیده است. (2019) Bazrafshan et al., به تحلیل خشکسالی در مناطق نیمه‌خشک ایران با استفاده از شاخص JDI پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که شاخص JDI فراوانی وقوع خشکسالی را با دقت بالایی تخمین می‌زند، در حالی که شاخص SPI دوازده ماهه نتایج غیرمنتظره‌ای را ارائه می‌کند. مطالعات دیگری نیز با استفاده از شاخص JDI صورت گرفته است (Nadi et al., 2016; Cheraghalizadeh et al., 2018). هدف از تحقیق حاضر ارزیابی خشکسالی‌های هواشناسی برای ۴۱ ایستگاه هواشناسی در ایران با استفاده از شاخص JDI طی دوره آماری ۲۰۱۷-۱۹۷۱ می‌باشد. تحلیل سه‌متغیره مشخصه‌های خشکسالی شامل شدت، مدت، فاصله بین آغاز دو خشکسالی متوالی با استفاده از توابع مفصل تودرتو و شاخص JDI نوآوری‌های این تحقیق می‌باشد.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه

در این پژوهش، برای تحلیل خشکسالی‌های هواشناسی از داده‌های بارش ماهانه ۴۱ ایستگاه هواشناسی ایران در یک دوره آماری ۴۷ ساله (۱۹۷۱-۲۰۱۷) استفاده شد. پس از محاسبه شاخص JDI، خصوصیات خشکسالی شامل

متداول که میانگین کلی (از ابتدای دوره آماری تا انتهای آن) را برای تفکیک دوره‌های تر و خشک در نظر می‌گیرد، در شاخص SPI^{mod} حد آستانه بر اساس میانگین ماهانه است. باید توجه داشت که در محاسبه SPI^{mod} مشابه با SPI متداول، انتخاب مقیاس‌های زمانی مختلف (۱، ۳، ۶، ... و ۲۴ ماهه) به نتایج متفاوتی منجر می‌شود. برای رفع این ایراد (Kao and Govindaraju, 2010) مقادیر SPI^{mod} ‌های مربوط به هر ماه با مقیاس‌های زمانی مختلف را توسط توابع مفصل با یکدیگر تلفیق کردند و نوعی شاخص توأم را توسعه دادند. این شاخص که به شاخص کمبود توأم (JDI) موسوم است، یک شاخص چندبعدی کمبود آب مبتنی بر احتمالات است. با استفاده از این شاخص می‌توان در یک دوره خشک مقدار بارش موردنیاز برای رسیدن به شرایط نرمال در آینده را محاسبه نمود (Mirabbasi et al., 2013). جهت تحلیل توأم مشخصه‌های خشکسالی از توابع مفصل استفاده می‌شود که توسط (Sklar, 1959) برای ایجاد توزیع‌های چندمتغیره ارائه شد. این توابع برای اولین بار توسط (Salvadori and De Michele, 2006) برای ایجاد یک مدل دومتغیره توصیف کننده شدت و مدت رگبار بکار برده شدند. پس از آن مفهوم توابع مفصل در زمینه‌های مختلف هیدرولوژی و منابع آب از جمله تحلیل فراوانی سیلاب (Chen et al., 2012; Xu et al., 2010) و تحلیل چندمتغیره خصوصیات بارش (Kao and Govindaraju, 2008; Zhang et al., 2012) به کار گرفته شد. تحلیل خشکسالی بر اساس توابع مفصل موضوع جدیدی است که سابقه آن به سال ۲۰۰۶ بر می‌گردد (Shiau, 2006). یکی از موارد کاربرد توابع مفصل در زمینه خشکسالی (Serinaldi et al., 2009) است که از توابع مفصل در تحلیل احتمالاتی خصوصیات خشکسالی‌های جزیره سیسیل ایتالیا طی دوره ۲۰۰۳-۱۹۲۱ استفاده کردند. آن‌ها یک مدل مبتنی بر مفصل چهاربعدی از چهار مشخصه شامل طول خشکسالی، میانگین و حداقل مقادیر SPI و میانگین وسعت منطقه‌ای خشکسالی ارائه نمودند. از جمله مطالعات دیگر در زمینه تابع مفصل، می‌توان به مطالعات (Mesbahzadeh et al., 2019) در یزد، Wang et al., (2019) در حوضه رودخانه زرد چین، Ramezani

¹ Yellow River Basin

خشکسالی هواشناسی بر اساس شاخص SPI^{mod}

شاخص بارش استاندارد شده (SPI) توسط (1993) McKee et al., ارائه شده است. اگر X_w نشان دهنده کل بارش در خلال یک بازه زمانی W ماهه باشد، با برازش توزیع گامای دوپارامتری به سری زمانی X_w ، تابع توزیع تراکمی یا CDF حاشیه ای $u_w = F_{X_w}(X_w)$ به دست می آید سپس شاخص SPI نظیر هر مشاهده با تابع معکوس نرمال یا $\phi^{-1}(u_w)$ محاسبه می شود. با اینکه روش محاسبه SPI از نظر ظاهری، منطقی به نظر می رسد، با این حال ایراداتی نیز دارد. برای نمونه، شاخص SPI در رژیم سالانه بارش نمی تواند تغییرات فصلی را محاسبه کند. همپوشانی مقادیر مختلف بارش در پنجره زمانی معین (W) در طول سری زمانی ممکن است خودهمبستگی مشخصی را در طول سری $X(t)$ ایجاد کند و موجب برازش نا آریب توزیع های احتمالاتی شود. برای حل این مشکلات Kao and Govindaraju (2010) پیشنهاد دادند که بارش جمع شده برای پنجره زمانی معین $X_w(t)$ بر اساس ماه پایانی گروه بندی شود. به بیان دیگر، برای پنجره زمانی معین، سری $X_w(t)$ به ۱۲ زیرسری بر اساس ۱۲ ماه سال تقسیم می شود. بنابراین، در شاخص بارش استاندارد شده اصلاحی (SPI^{mod})، $X_w(t)$ به $X_w^m(y)$ تغییر پیدا می کند، که m نشان گر ماه پایانی پنجره زمانی w است ($m=1(\text{Jan}) \dots m=12(\text{Dec})$) و y شاخص سال است، که $y=1,2,\dots,k$ (تعداد کل سال ها) است (معادله ۱).

$$X_w^{month}(g) = X_w(12(g-1)+1) = X_w(t) \quad (1)$$
 که g شاخص سال و m شاخص ماه و برابر ۱ (ژانویه)، ۲ (فوریه)، ۱۲ (دسامبر) و t شاخص زمان و برابر $t=12(g-1)+m$ می باشد. به طور مثال، $X_5^{10}(y)$ نشان گر سری در مقیاس زمانی ۵ ماهه (از ماه مه تا اکتبر) مختوم به ماه اکتبر است. در انجام این کار نمونه ها در هر مجموعه $X_w^m(y)$ به صورت سالانه جمع می شوند و در صورتی که $w \leq 12$ باشد، دیگر همپوشانی نخواهند داشت. به بیان دیگر، درجه خودهمبستگی بین نمونه ها به شدت کاهش خواهد یافت. نکته اصلی در محاسبه SPI^{mod} برازش توزیع احتمالاتی مناسب به سری های $X_w^m(y)$ است. با برازش توزیع های جداگانه برای هر گروه یعنی

شدت، مدت، فاصله بین آغاز دو خشکسالی متوالی استخراج شدند. خصوصیات خشکسالی در شکل ۱ و موقعیت ایستگاه های مورد مطالعه در شکل ۲ آورده شده است. پس از تعیین تابع توزیع حاشیه ای هر کدام از این خصوصیات، توزیع سه متغیره آن ها با استفاده از توابع مفصل تودرتو ایجاد گردید. برای این منظور برازش توابع مفصل کلایتون، علی- میخائیل- حق، فارلی- گامبل- مورنگستن، فرانک، گالامبوس، گامبل- هوگارد، پلاکت، فیلیپ- گامبل و جوئی برای ایجاد توزیع سه متغیره مورد آزمون قرار گرفت و سپس بهترین تابع مفصل بر اساس آزمون های نیکوئی برازش مشخص شد که در ادامه جزئیات آن ارائه می گردد. برای انجام مراحل مذکور کدهای مورد نیاز در محیط نرم افزار متلب نوشته شد.

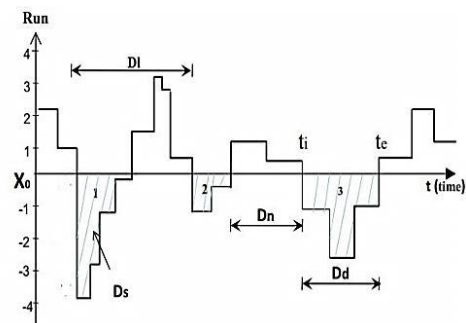


Figure 1- Drought characteristics, Ds: Drought severity, Dn: None dry spell, Dd: Drought duration, DI: Inter-arrival time

شکل ۱- مشخصه های خشکسالی Ds: شدت خشکسالی، Dn دوره غیر خشک، Dd: مدت خشکسالی، DI: فاصله بین آغاز دو خشکسالی متوالی



Figure 2- Location of the studied stations

شکل ۲- موقعیت ایستگاه های مورد مطالعه

احتمال مقادیر مختلف q اصطلاحاً تابع توزیع مفصل (K_c) نامیده می‌شود که به صورت معادله ۴ است.

$$K_c = P[C_n(u_1, \dots, u_{12}) \leq q] \quad (4)$$

تابع توزیع K_c می‌تواند ابعاد داده‌ها را به یک بعد کاهش دهد. همانند تئوری SPI، می‌توان شاخص استاندارد شده کمبود توأم را از تابع توزیع مفصل (K_c) با معادله ۵ به دست آورد.

$$JDI = \varphi^{-1}(K_c(q)) = \varphi^{-1}(P[C_n(u_1, \dots, u_{12})] \leq q) \quad (5)$$

که در آن، JDI شاخص کمبود توأم تجربی می‌باشد و $\varphi^{-1}(K_c(q))$ معکوس نرمال است. مقادیر مثبت JDI ($0.5 < K_c(q) < 1$) نشان‌دهنده شرایط ترسالی، مقادیر منفی ($K_c(q) < 0$) نشان‌دهنده شرایط خشک می‌باشد و JDI برابر صفر ($K_c(q) = 0$) نشان‌دهنده شرایط نرمال است.

تابع مفصل

یک مفصل تابعی است که توابع توزیع حاشیه‌ای تک‌متغیره را برای تشکیل یک تابع توزیع چندمتغیره، به هم پیوند می‌دهد. اگر X و Y دو متغیر تصادفی وابسته مانند شدت و مدت خشکسالی، با توزیع دو متغیره F_{XY} و توابع حاشیه‌ای F_X و F_Y باشند، آنگاه تابع مفصل دو متغیر X و Y به صورت معادله ۶ تعریف می‌شود (Nelsen, 2006).

$$F_{XY}(x, y) = C(F_X(x), F_Y(y)) \quad (6)$$

به بیان دیگر، برای توابع توزیع مفروض و پیوسته F_X و F_Y و تابع مفصل C ، تابع توزیع F_{XY} یک تابع توزیع دو متغیره با توزیع‌های حاشیه‌ای F_X و F_Y خواهد بود.

توزیع حاشیه‌ای

پس از استخراج مقادیر مشخصه‌های شدت، مدت و فاصله بین آغاز دو خشکسالی متوالی، برای ایستگاه‌های مورد مطالعه با استفاده از شاخص JDI، توزیع‌های تک‌متغیره مناسب در هیدرولوژی نظیر تک‌متغیره لجستیک، نرمال، نمایی، پارتو تعمیم‌یافته، پارتو بی‌نهایت تعمیم‌یافته، گاما، ویبول، مقادیر حدی تعمیم‌یافته (GEV)، پیرسون تیپ سه و لوگ پیرسون بر مشخصه‌های مذکور برازش داده شد. از آزمون اندرسون-دارلینگ برای ارزیابی نیکویی برازش توزیع‌های حاشیه‌ای استفاده شد.

$$u_w^m = F_{X_w}^{-1}(X_w^m), w = 1, 2, \dots, 12, m = 1(\text{Jan}) \dots 12(\text{Jan})$$

SPI^{mod} می‌تواند با تبدیل u_w^m به متغیر نرمال استاندارد به صورت معادله ۲ محاسبه شود.

$$SPI_w^m = \varphi^{-1}(u_w^m) \quad (2)$$

که در آن، $\varphi^{-1}(u_w^m)$ تابع معکوس توزیع نرمال استاندارد با میانگین صفر و انحراف معیار یک است.

شاخص کمبود توأم (JDI)

بر طبق نظر Kao and Govindaraju, (2010)، برای محاسبه شاخص JDI باید ابعاد مدل مفصل انتخاب شده به اندازه کافی بزرگ باشد تا بتواند ساختار وابستگی و پیچیده خشکسالی را توصیف کند. بر این اساس، ایشان ۱۲ پنجره زمانی ($w = 1, 2, \dots, 12$) را انتخاب کردند. به همین دلیل به تابع مفصل با ۱۲ بعد جهت ایجاد توزیع توأم ۱۲ بعدی از توزیع‌های حاشیه‌ای تک‌متغیره برای هر پنجره زمانی $u_w^{month}, w = 1, \dots, 12$ نیاز است. با توجه به پیچیدگی زیاد تابع مفصل ۱۲ بعدی، برای محاسبه شاخص JDI از تعریف مفصل تجربی ۱۲ بعدی استفاده می‌شود که فرم کلی آن به صورت معادله ۳ است.

$$C_n(u_1, \dots, u_{12}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I\left(\frac{R_{i1}}{n+1} \leq u_1, \dots, \frac{R_{i12}}{n+1} \leq u_{12}\right) \quad (3)$$

که در آن، $I(A)$ نشان‌دهنده عبارت منطقی است، به طوری که اگر A نادرست باشد، مقدار $I(A)$ برابر صفر و اگر A درست باشد، مقدار $I(A)$ برابر ۱ در نظر گرفته می‌شود. $R_{i1}, \dots, R_{i12}$ به ترتیب رتبه داده مشاهده شده λ_m در سری n تایی است. توابع حاشیه‌ای بارش با مقیاس‌های زمانی ۱ ماهه تا ۱۲ ماهه u_w که $w = 1, \dots, 12$ نشان داده شده‌اند. باید در نظر داشت که $(u_1, \dots, u_{12})$ در معادله مذکور احتمال تجمعی توأم از ۱۲ احتمال حاشیه‌ای $\{u_1, \dots, u_{12}\}$ تولید می‌کند (یعنی $P[U_1 \leq u_1, \dots, U_{12} \leq u_{12}] = q$) در فضای احتمالاتی ۱۲ بعدی ممکن است ترکیب‌های متفاوتی از $\{u_1, \dots, u_{12}\}$ با مقدار مشابه احتمال تجمعی q وجود داشته باشد. فرض بر آن است که رخدادهای با مقدار یکسان q ، تأثیر مشابهی روی منابع آبی دارند. به طور مثال، q کوچکتر نشان‌دهنده شرایط خشک‌تر است، در حالی که مقدار q بزرگتر نشان‌دهنده شرایط مرطوب‌تر می‌باشد. تابع توزیع

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \sum_{k=1}^n \log [c_{\theta} \{F(X_{1k}), \dots, F(X_{pk})\}] \quad (8)$$

در ادامه جهت تعیین تابع مفصل برتر در حالت های دو و سه متغیره از ریشه میانگین مربعات خطا معادله ۹ و معیار آکائیکه معادله ۱۰ استفاده شد. تابع مفصلی مناسب تر می باشد که مقدار آکائیکه (AIC) آن کوچکتر و به صفر نزدیک تر باشد یا ریشه میانگین مربعات خطای (RMSE) آن حداقل باشد (Ayantoboo et al., 2019).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (C_{pi} - C_{ei})^2} \quad (9)$$

$$AIC = \left(\frac{2n}{n-k-1}\right)k - 2\ln(L_{max}) \quad (10)$$

از بین چند مدل مفروض، مدلی مناسب تر است که AIC کمتری داشته باشد. در معادله ۹، C_p مقادیر محاسباتی تابع مفصل پارامتری، C_e مقادیر مشاهداتی احتمال به دست آمده از تابع مفصل تجربی می باشد و در معادله ۱۰، n تعداد داده ها، k تعداد پارامترها و L_{max} مقدار حداکثر تابع درست نمایی است. L_{max} حین محاسبه پارامترهای مدل به دست می آید. روابط مربوط به سه تابع مفصل مهم در جدول ۱ آمده است.

Table 1- Equations of the best copula functions in this research

جدول ۱- معادلات توابع مفصل برتر در تحقیق

Copula Function	Equation	Copula Parameter Range
Ali-Mikhail Haq	$C(u, v) = uv \times (1 - \theta(1-u)(1-v))^{-1}$	$-1 \leq \theta \leq 1$
Farlie-Gumbel-Morgenstern	$C(u, v) = uv[1 + \theta(1-u)(1-v)]$	$-1 \leq \theta \leq 1$
Joe	$C(u, v) = 1 - [(1-u)^{\theta} + (1-v)^{\theta} - ((1-u)(1-v))^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}$	$\theta \geq 0$

ϕ_2 با پارامتر وابستگی θ_1 و θ_2 (متناظر با C_1 و C_2) استفاده شده اند (معادله ۱۴).

$$\begin{cases} \phi_1(C_1(w, C_2(u, v))) = \phi_1(w) + \phi_1(C_2(u, v)) \\ \phi_2(C_2(u, v)) = \phi_2(u) + \phi_2(v) \end{cases} \quad (14)$$

ضرایب همبستگی

در این مطالعه، از ضرایب همبستگی تاو کندال، اسپیرمن و همبستگی خطی پیرسون برای ارزیابی ساختار وابستگی متغیرهای مورد بررسی، استفاده گردید. ضریب تاو کندال برای اندازه گیری درجه تطابق بین دو متغیر، برای مثال مشاهدات جفت شده، استفاده می شود. اگر تطابق بین دو متغیر زیاد باشد، ضریب برابر با یک و اگر ناهماهنگی بین

تخمین پارامترهای تابع مفصل و تعیین تابع برتر

در مدل سازی دومتغیره خشکسالی با استفاده از توابع مفصل روش های مختلفی برای تخمین پارامتر وابستگی تابع مفصل وجود دارد که می توان به سه دسته روش های نیمه پارامتری، ناپارامتری و تخمین بر اساس حداکثر درست نمایی اشاره کرد. در این مطالعه، از روش حداکثر درست نمایی جهت تخمین پارامتر تابع مفصل θ استفاده گردید. اگر متغیرهای تصادفی وابسته به صورت $X_{1k}, X_{2k}, \dots, X_{pk}, k=1, \dots, n$ با تابع مفصل $F_{\theta}(X_{1k}, X_{2k}, \dots, X_{pk}) = C_{\theta}(F(X_{1k}), \dots, F(X_{pk}))$ باشند. تابع لگاریتم درست نمایی به صورت معادله ۷ می باشد (Farve et al., 2006).

$$L(\theta) = \sum_{k=1}^n \log [c_{\theta} \{F(X_{1k}), \dots, F(X_{pk})\}] \quad (7)$$

$$c_{\theta} = \left(\frac{\partial^n C_{\theta}}{(\partial F_1, \dots, \partial F_n)} \right)$$

در معادله ۷، c_{θ} تابع چگالی احتمال مفصل و F تابع توزیع حاشیه ای می باشد. پارامتر θ مقداری است که معادله ۸ را بیشینه می کند.

روش توابع مفصل تودرتو

به طور کلی توابع مفصل با ابعاد بیش از دومتغیره، به دو دسته مقارن و نامتقارن (تودرتو) تقسیم می شوند. در این مطالعه، از توابع مفصل های ارشمیدسی تودرتو استفاده شد که معادله کلی آن به صورت معادله ۱۲ می باشد.

$$C(u_1, \dots, u_n) = C_1(u_n, C_2(u_{n-1}, \dots, C_{n-1}(u_2, u_1) \dots)) = \quad (12)$$

$$\phi_1^{-1}(\phi_1(u_n) + \phi_1(\phi_2^{-1}(\phi_2(u_{n-1}) + \dots + \phi_{n-1}^{-1}(\phi_{n-1}(u_2) + \phi_{n-1}(u_1) \dots)))) \quad (13)$$

در معادله ۱۳، ابتدا u و v با مفصل C_2 به هم پیوند می شوند، سپس توزیع دومتغیره حاصل، توسط مفصل C_2 با توزیع حاشیه ای w پیوند می یابد. دو تابع مولد ϕ_1 و

دو متغیر زیاد باشد، ضریب برابر ۱- و برای حالتی که این ضریب برابر صفر می‌باشد، دو متغیر مستقل از هم می‌باشند (معادله ۱۵). ضریب اسپیرمن ضریبی ناپارامتری و بیانگر درجه تطابق بین دو متغیر بوده و مانند ضریب تاو کندال در مجموعه‌ای از داده‌ها محاسبه می‌شود. به عبارت دیگر، ضریب اسپیرمن بر اساس رتبه داده‌ها محاسبه می‌شود (معادله ۱۶).

$$\tau = \frac{c-d}{\binom{n}{2}} \quad (15)$$

$$\rho = 1 - \frac{6d_i^2}{n(n^2-1)}, d_i = x_i - y_i \quad (16)$$

$$r = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y} \quad (17)$$

که در آن‌ها c و d به ترتیب بیانگر متغیرهای جفت شده سازگار و ناسازگار، N تعداد متغیرها و $\text{cov}(x, y)$ بیانگر کواریانس بین x و y و σ_x و σ_y انحراف معیار x و y می‌باشد (Nelsen, 2006). در ادامه مراحل کار روش تحقیق به صورت فلوچارت در شکل ۳ ارائه شده است.

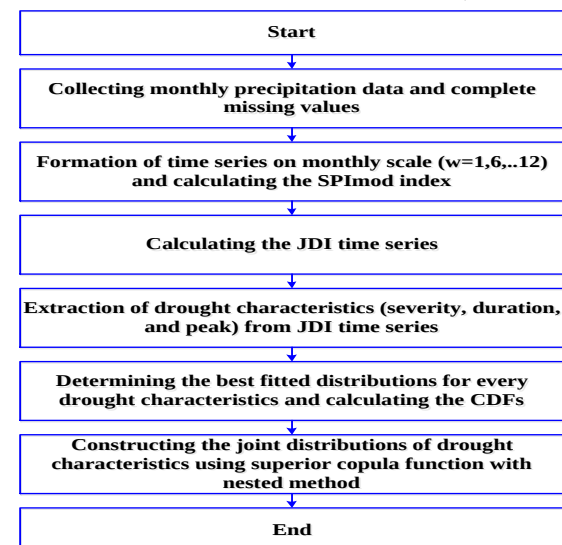


Figure 3- Flowchart of the research method phases

شکل ۳- فلوچارت مراحل روش کار

نتایج و بحث

مقایسه نتایج شاخص SPI^{mod} با JDI

در این مطالعه، برای محاسبه SPI^{mod} از تابع توزیع گامای دوپارامتری استفاده شد. سپس با استفاده از آزمون اندرسون-دارلینگ در سطح ۵٪ بررسی توزیع‌های مختلف آماری برای مشخصه‌های خشکسالی ارزیابی گردید. در

این مقاله به دلیل محدودیت در تعداد صفحات، فقط نتایج مربوط به دو ایستگاه کرمان (کم‌بارش) و رشت (پربارش) برای نمونه جهت مقایسه دو شاخص آورده شد. در شکل ۴ سری زمانی دو شاخص JDI و SPI^{mod} برای دوره آماری ۲۰۱۷-۱۹۷۱ برای دو ایستگاه کرمان و رشت ارائه شده است. با توجه به شکل ۴ برای ایستگاه کرمان مقادیر SPI^{mod} مشاهده شده در همه بازه‌های زمانی برای ماه فوریه ۱۹۹۳ کمبودهای بارش جدی که نشان‌گر یک خشکسالی شدید می‌باشد را نشان می‌دهند که این مقدار ۲/۸۷- می‌باشد، در حالی که بر اساس شاخص JDI در این ایستگاه ماه فوریه ۱۹۹۳ به صورت نرمال بوده است و مقدار آن برابر صفر می‌باشد. برای ایستگاه رشت در همین ماه (فوریه ۱۹۹۳) مقدار شاخص SPI^{mod} برابر با ۱/۷۲ بوده است، لذا این ماه مرطوب محسوب می‌شود و بر اساس شاخص JDI این مقدار برابر ۰/۱۲ که ماه مرطوب محسوب می‌شود. در ایستگاه رشت برای ماه مه سال ۱۹۹۶ مقدار شاخص SPI^{mod} برابر ۲/۳۱- به دست آمده است و این مقدار برای شاخص JDI برابر ۱/۴۳- می‌باشد، در حالی که برای ایستگاه کرمان مقادیر شاخص‌های SPI^{mod} و JDI به ترتیب ۰/۱۴ و ۱/۴۳- می‌باشند که SPI^{mod} این ماه را مرطوب و JDI آن را خشک نشان می‌دهد. برای ماه آوریل سال ۲۰۰۷ که خشکسالی در ایستگاه رشت شدید می‌باشد، مقدار شاخص SPI^{mod} برابر ۲/۵- می‌باشد، در حالی که مقدار شاخص JDI در این ماه برابر صفر بوده و شرایط نرمال می‌باشد و برای ایستگاه کرمان مقادیر شاخص‌های SPI^{mod} و JDI به ترتیب ۲/۲۸- و صفر می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، در مناطق مرطوب و پربارش نتایج دو شاخص SPI^{mod} و JDI جهت نشان دادن ماه‌های تر و خشک تقریباً مشابه می‌باشد، فقط از لحاظ مقدار عددی شاخص با هم تفاوت دارند، در حالی که در مناطق خشک و کم‌باران این تطابق نسبتاً کمتر می‌باشد. نتایج حاصل از این تحقیق برای همه ایستگاه‌ها نشان داد که با افزایش مقیاس زمانی نوسانات شاخص SPI^{mod} کاهش یافته ولی مدت خشکسالی‌ها و ترسالی‌ها طولانی‌تر شده است. بنابراین، در خشکسالی‌های بلندمدت، شدت خشکسالی‌ها هم افزایش می‌یابد. به عنوان مثال، در یک دوره دوازده‌ماهه کمبود بارندگی،

عملکرد شاخص JDI نسبت به شاخص SPI^{mod} جهت تحلیل خشکسالی‌ها بهتر می‌باشد. در شکل ۵ حاشیه‌های بارش برای دو ایستگاه رشت و کرمان برای نمونه، بر اساس دو شاخص JDI و SPI^{mod} در مقیاس‌های $W=1,2,...,12$ و همچنین میانگین درازمدت بارش دو ایستگاه طی دوره آماری ۱۹۷۱-۲۰۱۷ به همراه بارش ماهانه سال ۲۰۰۷ آورده شده است.

مقدار این شاخص در انتهای دوره کم بارش بیش از مقدار آن در زمان مشابه و در مقیاس سه‌ماهه خواهد بود. زیرا در مقیاس دوازده ماهه اثر بارش همان ماه و ۱۱ ماه ماقبل در نظر گرفته شده، ولی در مقیاس سه‌ماهه تنها اثر بارش همان ماه و دو ماه ماقبل لحاظ گردیده است. با این وجود، فقط با توسل به شاخص JDI می‌توان وضعیت خشکسالی کلی را به صورت یک شاخص مبتنی بر احتمال بیان نمود و توضیحات مذکور مؤید این مطلب است که

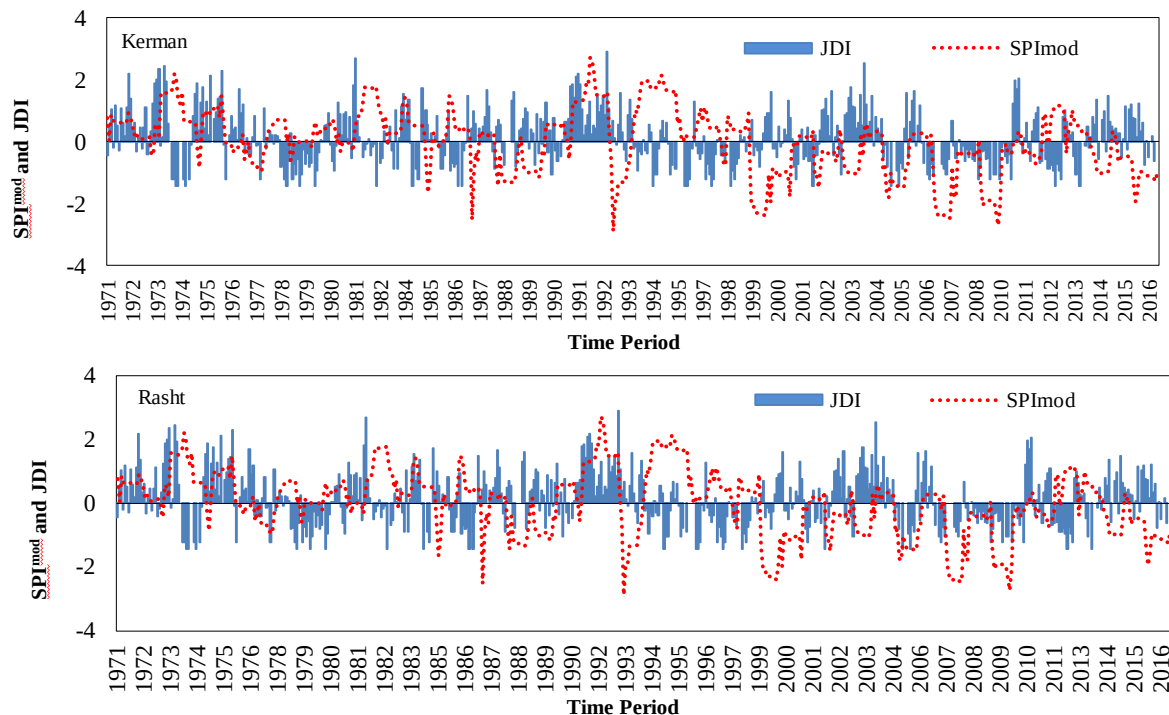


Figure 4- Time series of two indices JDI and SPI^{mod} for Rasht and Kerman stations

شکل ۴- سری زمانی دو شاخص JDI و SPI^{mod} برای دو ایستگاه رشت و کرمان

عملکرد بهتری در تشخیص خشکسالی‌های طولانی، نسبت به رویدادهای آغاز خشکسالی نشان می‌دهند. به ویژه این که SPI^{mod} ‌های بلندمدت قادر به تشخیص آغاز خشکسالی‌ها نیستند. دلیل آن این است که زمان آغاز یک خشکسالی، در واقع مقدار SPI^{mod} در ماه فعلی منفی و در ماه یا ماه‌های قبل مثبت بوده است. در SPI^{mod} ‌های بلند مدت به دلیل این که مقادیر بارش ماه فعلی با مقادیر بارش ماه‌های قبل ترکیب می‌شود، ممکن است تر بودن ماه‌های قبل، اثر خشکی ماه فعلی را خنثی کنند و شاخص SPI^{mod} چند ماهه در نهایت حالت ترسالی را گزارش کند. در مورد خشکسالی‌های طولانی شاخص JDI عملکرد بهتری نسبت به شاخص SPI^{mod} با مقیاس‌های

طبق شکل ۵، برای ایستگاه کرمان نتایج بر اساس شاخص SPI^{mod} در مقیاس ۱۲ ماهه برای ماه ژانویه (۲۰۰۷) بیانگر ماهی مرطوب می‌باشد، در حالیکه بر اساس مقدار بارش ماهانه این سال (۲۰۰۷) برای ماه ژانویه نسبت به متوسط درازمدت آن بیانگر ماهی خشک می‌باشد و شاخص JDI نیز این ماه را خشک نشان می‌دهد. برای ایستگاه رشت مقدار بارش در ماه ژانویه ۲۰۰۷ نسبت به متوسط درازمدت آن (۱۹۷۱-۲۰۱۷) بیانگر ماه خشک می‌باشد که این موضوع توسط دو شاخص SPI^{mod} و JDI نیز مورد تأیید می‌باشد. بر اساس آنچه که در شکل ۵ آمده است، با مقایسه شاخص‌های JDI و SPI^{mod} می‌توان نتیجه گرفت که شاخص JDI

SPI^{mod} را ارائه می‌دهد. در حالت کلی می‌توان چنین استنباط کرد که شاخص JDI می‌تواند احتمال کمبود وضعیت توأم را به طور دقیق‌تر و واقعی‌تر از شاخص SPI^{mod} نشان دهد. از طرفی در تحلیل وضعیت نرمال برای ایستگاه‌های مختلف تحلیل بر مبنای شاخص SPI^{mod} یک ماهه نمی‌تواند نتایج درستی را ارائه دهد. در حالی که تحلیل بر مبنای مقیاس ۱۲ ماهه همین شاخص نتایج واقعی‌تر در خصوص سال‌های نرمال را ارائه می‌دهد. دلیل این موضوع را می‌توان در حافظه طولانی‌مدت شاخص SPI^{mod} در مقیاس ۱۲ ماهه نسبت به مقیاس یک ماهه آن جستجو کرد. نتایج این بخش با نتایج Mirabbasi et al., (2013; 2017)، Kao and Ahmadi et al., (2015)، Govindaraju, (2010) و Bazrafshan et al., (2019) مطابقت دارد. مطالب مذکور در شکل ۵ برای دو ایستگاه کرمان و رشت برای ماه ژانویه ۲۰۰۷ برای مقیاس‌های زمانی مختلف نشان داده شده است.

ارزیابی ضرایب همبستگی چندمتغیره و مشخصات آماری

در بررسی خشکسالی‌ها بر اساس توابع مفصل تحلیل مشخصات آماری از اهمیت بالایی برخوردار است. در این تحقیق ارزیابی آماری مشخصه‌های خشکسالی برای ۴۱ ایستگاه مورد مطالعه در کل کشور طی دوره آماری ۲۰۱۷-۱۹۷۱ در جدول ۲ آورده شده است. برای نمونه، متوسط شدت، مدت و فاصله بین دو خشکسالی متوالی برای دو ایستگاه کرمان (کم‌بارش) برابر ۴/۱۲، ۲/۹۸ و ۸/۱۲ و برای ایستگاه رشت (پر بارش) به ترتیب برابر ۲/۴۹، ۱/۵۸ و ۵/۸۴ می‌باشد. به منظور استفاده از توابع مفصل برای تحلیل چندمتغیره ابتدا بایستی بین متغیرها همبستگی وجود داشته باشد تا بتوان آن‌ها را به صورت توأم تحلیل کرد. لذا مشخصات آماری شامل ساختار وابستگی بین شدت، مدت و فاصله بین آغاز دو خشکسالی متوالی با سه معیار ضریب همبستگی پیرسون، τ کندال و ρ اسپیرمن بررسی گردید. مقدار این ضرایب برای ایستگاه کرمان به ترتیب ۰/۸۴، ۰/۸۱ و ۰/۹۳ و برای ایستگاه رشت به ترتیب ۰/۹۱، ۰/۷۵ و ۰/۹۶ به دست آمد. همچنین میانگین مربعات خطا (RMSE) برای حالت‌های دومتغیره (بین شدت و مدت خشکسالی) سه متغیره (شدت، مدت و

زمانی مختلف نشان داد. بر این اساس، شاخص JDI که مبتنی بر احتمال توأم SPI^{mod} با مقیاس‌های ۱ تا ۱۲ ماهه می‌باشد، می‌تواند یک دید جامعی از شرایط خشکسالی ارائه دهد.

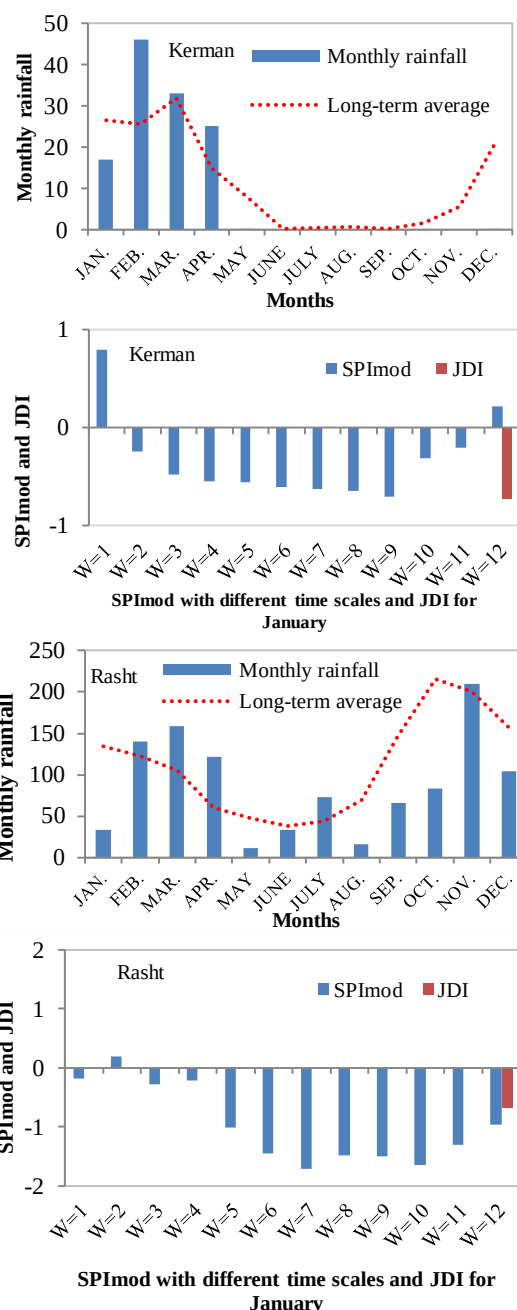


Figure 5-. SPI^{mod} with different time scales and JDI for January (2007) at Rasht and Kerman stations
شکل ۵- SPI^{mod} با مقیاس‌های زمانی مختلف و JDI برای دو ماه ژانویه (۲۰۰۷) در ایستگاه‌های رشت و کرمان

لذا می‌توان نتیجه گرفت که شاخص JDI انعکاس بهتری از ظهور خشکسالی‌ها و ترسالی‌ها نسبت به شاخص

فاصله بین آغاز دو خشکسالی متوالی)، معیار آکائیکه (AIC) و حداکثر درست‌نمایی (ML) جهت تعیین مفصل برتر مورد بررسی قرار گرفت. سپس سایر مشخصات خشکسالی نظیر متوسط شدت، متوسط مدت و متوسط فاصله بین آغاز دو خشکسالی متوالی برای تمام ایستگاه‌ها محاسبه شد (جدول ۲).

Table 2- Summary of drought characteristics' statistics (mean severity, duration, and interval between two droughts) copula parameters, correlation coefficients and estimator indices for drought analysis of all stations during the time period 1971-2017.

جدول ۲- خلاصه ای از آماره‌های مشخصه‌های خشکسالی (متوسط شدت، مدت و فاصله بین دو خشکسالی)، پارامترهای تابع مفصل، ضرایب هبستگی و شاخص‌های تخمین‌گر جهت تحلیل خشکسالی کلیه ایستگاه‌ها طی دوره آماری ۱۹۷۱-۲۰۱۷.

Stations	R	Rho-Spearman	Tau-Kendall	RMSE2	RMSE3	AIC	Log-likelihood2	Log-likelihood3	Mean Dd	Mean Ds	Mean DI	Best Copula
Abadan	0.90	0.73	0.88	0.0311	0.2720	-0.79	-248.43	-315.40	3.44	2.45	7.21	FGM
Arak	0.87	0.70	0.85	0.0194	0.2905	-0.45	-167.29	-278.93	2.85	1.78	6.78	Joe
Ahwaz	0.91	0.73	0.89	0.0185	0.2928	-0.46	-170.48	-288.63	3.51	2.29	7.9	FGM
Babolsar	0.91	0.71	0.67	0.0227	0.2952	-0.62	-203.34	-309.56	2.93	2.21	6.11	Joe
Bam	0.94	0.80	0.81	0.0297	0.2630	-0.59	-197.25	-306.69	3.77	2.67	7.53	Joe
Bandarabas	0.85	0.69	0.72	0.0329	0.2574	-0.59	-197.93	-246.27	2.81	1.47	7.45	FGM
Bandaranzali	0.93	0.71	0.81	0.0204	0.2161	-0.82	-256.47	-277.98	2.66	1.75	6.00	FGM
Bandarlengheh	0.89	0.81	0.78	0.0333	0.2784	-0.71	-226.04	-293.12	4.30	3.10	8.97	FGM
Birjand	0.94	0.79	0.99	0.0445	0.2309	-0.73	-230.66	-282.15	3.79	2.57	8.12	FGM
Bushahr	0.93	0.82	0.89	0.0395	0.2977	-0.71	-226.45	-297.61	3.83	2.61	8.32	FGM
Dezful	0.93	0.74	0.81	0.0387	0.2507	-0.69	-221.5	-272.91	3.86	2.68	8.35	FGM
Esfahan	0.91	0.79	0.85	0.0282	0.2248	-0.65	-211.88	-274.96	4.12	2.78	9.15	FGM
Fasa	0.89	0.80	0.99	0.0221	0.2933	-0.71	-226.4	-309.15	3.52	2.15	8.32	FGM
Ghazvin	0.93	0.81	0.99	0.0178	0.2526	-0.74	-233.69	-237.66	3.59	2.39	7.84	FGM
Gorgan	0.94	0.74	0.78	0.0258	0.2682	-0.94	-295.80	-300.51	3.36	2.45	7.03	AIM
Hamedan	0.88	0.78	0.75	0.0253	0.2512	-0.70	-222.79	-272.63	3.07	1.81	7.25	FGM
Iranshahr	0.92	0.78	0.89	0.0263	0.2742	-0.71	-226.81	-304.03	3.39	2.19	7.76	FGM
Kashan	0.92	0.79	0.91	0.0238	0.2856	-0.52	-182.55	-306.82	3.42	2.37	7.52	Joe
Kerman	0.84	0.81	0.93	0.0263	0.1963	-0.75	-237.69	-311.54	4.12	2.98	8.12	FGM
Kermanshah	0.93	0.82	0.89	0.0395	0.2977	-0.71	-226.45	-297.61	3.83	2.61	8.32	FGM
Khoramabad	0.88	0.77	0.96	0.0200	0.2791	-0.70	-224.04	-288.49	3.78	2.53	8.45	FGM
Khoy	0.95	0.72	0.87	0.0238	0.2441	-0.49	-176.71	-280.38	3.33	2.29	7.35	Joe
Mashhad	0.92	0.78	0.74	0.0332	0.2585	-0.77	-241.73	-295.33	3.47	2.39	7.52	FGM
Ramsar	0.84	0.73	0.89	0.0131	0.2634	-0.40	-158.85	-259.66	2.34	1.36	5.62	Joe
Rasht	0.91	0.75	0.96	0.0186	0.2093	-0.79	-249.14	-267.36	2.49	1.58	5.84	FGM
Sabzevar	0.92	0.80	0.94	0.0289	0.2802	-0.76	-240.84	-314.98	4.03	2.99	8.18	FGM
Saghez	0.92	0.86	0.84	0.0340	0.2389	-0.73	-231.09	-297.51	4.21	3.07	8.89	FGM
Senandej	0.92	0.84	0.92	0.0389	0.2594	-0.66	-214.78	-298.80	4.47	3.21	9.26	FGM
Semnan	0.92	0.80	0.88	0.0210	0.2772	-0.78	-246.48	-308.08	3.24	2.28	6.95	FGM
Shahrkord	0.91	0.75	0.81	0.0192	0.2551	-0.54	-185.81	-305.51	3.53	2.50	7.52	Joe
Shiraz	0.87	0.79	0.86	0.0243	0.2468	-0.70	-224.56	-284.53	3.92	2.67	8.61	FGM
Shahrud	0.90	0.88	0.93	0.0462	0.2651	-0.77	-243.68	-306.69	4.12	3.28	8.46	FGM
Tabas	0.92	0.75	0.97	0.0293	0.2504	-0.48	-173.87	-281.46	3.94	2.79	8.28	Joe
Tabriz	0.95	0.72	0.82	0.0153	0.2684	-0.83	-259.91	-291.49	2.90	2.03	6.23	FGM
Tehran	0.85	0.78	0.94	0.0218	0.2473	-0.73	-231.14	-293.61	3.35	2.20	7.64	FGM
Torbat hy	0.91	0.72	0.93	0.0221	0.2742	-0.47	-171.81	-278.29	3.26	2.09	7.34	Joe
Urmia	0.93	0.80	0.82	0.0211	0.2777	-0.78	-246.24	-303.28	3.17	2.24	7.05	FGM
Yazd	0.86	0.79	0.78	0.0202	0.2747	-0.70	-223.30	-276.70	3.19	2.01	7.60	FGM
Zabol	0.93	0.81	0.93	0.0442	0.2938	-0.66	-214.28	-284.22	4.29	2.97	9.17	FGM
Zahedan	0.90	0.79	0.81	0.0392	0.2532	-0.68	-218.35	-280.40	3.58	2.21	8.33	FGM
Zanjan	0.95	0.72	0.88	0.0157	0.2259	-0.78	-246.77	-260.08	2.75	1.77	6.32	FGM

*در جدول فوق پارامترهای وابستگی عبارتند از R، Rho-Spearman و Tau-Kendall میانگین مربعات خطا RMSE2,3 بیانگر ریشه میانگین مربعات خطا به ترتیب در حالت دو و سه متغیره می‌باشد. AIC معیار آکائیکه، Log-likelihood2,3 بیانگر حداکثر درست‌نمایی به ترتیب در حالت دو و سه متغیره می‌باشد.

نتایج حاصل از محاسبه شاخص JDI

برای محاسبه شاخص JDI ابتدا مقدار تابع توزیع مفصل، KC، محاسبه گردید، سپس با محاسبه معکوس نرمال آن، مقدار شاخص JDI محاسبه شد. شرایط کمبود توأم با t با استفاده از شاخص JDI جهت تعیین وضعیت کلی خشکسالی به کار می‌رود. به طور واضح احتمال تجمعی t کوچک‌تر بر شرایط خشک‌تر (خشکی در مقیاس‌های زمانی مختلف) و مقدار t بزرگ‌تر بر شرایط مرطوب‌تر دلالت می‌کند. به عنوان نمونه، شکل A-۶ مقدار تابع توزیع مفصل، KC، در مقادیر مختلف احتمال $(u_1, u_2, \dots, u_{12}) = t_{C_{U_1, U_2, \dots, U_{12}}}$ را برای داده‌های شدت و مدت خشکسالی دو ایستگاه کرمان و رشت نشان می‌دهد (تابع مفصل برتر برای دو ایستگاه فارلی-گامبل-مورنگستن می‌باشد). برای نمونه در شکل A-۶، احتمال رویدادها برای ایستگاه کرمان با مقدار تابع توزیع مفصل t کم‌تر از ۰/۲ حدود ۰/۳ می‌باشد و برای ایستگاه رشت با مقدار مفصل t کم‌تر از ۰/۶ حدود ۰/۶۵ می‌باشد. در واقع، KC همان مقدار تابع CDF توأم به ازای یک $C_{U_1, U_2, \dots, U_{12}}$ معین می‌باشد. دلیل شکستگی شکل A-۶ برای دو ایستگاه برای مقادیر تابع توزیع مفصل t کم‌تر از ۰/۲ برای ایستگاه کرمان و کم‌تر از ۰/۶ برای ایستگاه رشت را می‌توان در نداشتن داده‌های کافی مشاهداتی برای رسم نمودارها جستجو کرد. در این شکل‌ها مقدار تابع توزیع مفصل برای سطوح مختلف نشان داده شده است. بر اساس نتایج شاخص JDI در دوره آماری مطالعه شده از کل ۵۶۴ ماه برای ایستگاه کرمان ۲۶۸ ماه خشک و برای ایستگاه رشت ۲۳۴ ماه خشک ($JDI < 0$) بوده است. نتایج حاصل از تحقیق نشان می‌دهد که تعداد ماه‌های خشک برای ایستگاه کرمان در طی دوره آماری ۱۹۷۱-۲۰۱۷ افزایش یافته است، در حالیکه در ایستگاه رشت این میزان افزایش کم‌تر بوده است. همان‌گونه که اشاره شد، شاخص JDI برای هر ماه محاسبه می‌شود. ولی، به رغم اینکه به ظاهر شاخصی ماهانه است، شرایط رطوبتی دوازده ماه گذشته را انعکاس می‌دهد. در شکل B-۶ نمودار سه‌بعدی شدت و مدت خشکسالی به ازاء مقادیر مختلف احتمال برای دو ایستگاه کرمان و رشت برای نمونه آورده شده است.

جهت تعیین توزیع برتر بر داده‌های شدت، مدت و فاصله بین آغاز دو خشکسالی متوالی از آزمون اندرسون-دارلینگ در سطح ۵ درصد استفاده گردید. نتایج حاکی از آن است که توزیع برتر برای داده‌های شدت و مدت به ترتیب توابع گاما و نمایی و برای داده‌های فاصله بین آغاز دو خشکسالی متوالی تابع توزیع مقادیر حدی تعمیم‌یافته بودند. در ادامه جهت تعیین تابع مفصل برتر ابتدا با استفاده از روش تودرتو دو متغیر شدت و مدت با هم جفت شدند که از جفت شدن آن‌ها توزیعی دومتغیره حاصل شد، سرانجام جهت تحلیل سه‌متغیره خشکسالی توزیع دومتغیره جدید مستخرج شده با توزیع تک‌متغیره برازش یافته بر متغیر فاصله بین آغاز دو خشکسالی متوالی جفت شد. سپس تابع مفصل برتر برای هر دو حالت دو و سه‌متغیره استخراج گردید. جهت تعیین مفصل برتر برای هر ایستگاه از حداکثر درست‌نمایی و ریشه میانگین مربعات خطا استفاده گردید (هر تابعی که حداکثر درست‌نمایی و حداقل RMSE را داشته باشد، به عنوان مفصل برتر شناخته می‌شود). مقادیر ماکزیمم ضرایب همبستگی، حداکثر درست‌نمایی، معیار آکائیکه، متوسط شدت، متوسط مدت و متوسط فاصله بین آغاز دو خشکسالی متوالی به صورت پررنگ در جدول ۲ مشخص گردیده است. موارد فوق بر روی نه تابع مفصل کلایتون، علی-میخائیل-حق، فارلی-گامبل-مورنگستن، فرانک، گالامبوس، گامبل-هوگارد و پلاکت بررسی گردید. نتایج حاصل نشان داد که مفصل برتر برای ۳۲ ایستگاه مورد بررسی، فارلی-گامبل-مورنگستن (FGM)، ۸ ایستگاه مفصل جوئی (Joe) و یک ایستگاه تابع مفصل علی-میخائیل-حق (ALH) بوده است. با توجه به اینکه در اکثر ایستگاه‌های مورد بررسی تابع مفصل فارلی-گامبل-مورنگستن (FGM) برازش قابل قبولی داشته است، لذا این تابع بعنوان تابع مفصل برتر غالب در منطقه مورد مطالعه شناخته گردید. تحلیل آماری چندمتغیره مشخصه‌های خشکسالی با استفاده از توابع مفصل جهت برنامه‌ریزی در مسائل مرتبط با مدیریت منابع آب، محیط زیست، کشاورزی و سایر مسائل اقتصادی و اجتماعی می‌تواند، اطلاعات جامعی را در اختیار مدیران و برنامه‌ریزان حوزه‌های مختلف قرار دهد.

مفصل مناسب فارلی-گامبل-مورنگستر (FGM) بوده است، نمودار مذکور بر اساس این تابع مفصل ترسیم گردید. بر این اساس احتمال اینکه هم شدت و هم مدت خشکسالی به طور هم زمان از سطوح آستانه معین بیش تر باشند، دارای یک مقدار عددی می باشد که میزان آن به ازاء شدت و مدت های مختلف متفاوت است، همچنین در ادامه پهنه بندی تعداد ماه های خشک در ایستگاه های مورد مطالعه بر اساس شاخص JDI در شکل ۷ ارائه شده است. نتایج حاصل از پهنه بندی نشان می دهد که مناطق غرب، شمال غرب و برخی از مناطق شمالی نسبت به سایر مناطق کشور بیشتر در معرض خشکی بوده اند. با توجه به اینکه پدیده های هیدرولوژیکی و هواشناسی به صورت تناوبی تکرار می شوند، لذا احتمال رخ دادن آن ها در آینده نیز وجود دارد. از این رو تحلیل بر این مبنا می تواند در شرایط بهره برداری از مخازن سدها و منابع آبی در زمان کم آبی و شرایط خشکسالی و همچنین مدیریت در بخش کشاورزی سودمند باشد و اطلاعات مفیدی در اختیار مدیران منابع آبی جهت بهبود مدیریت منابع آبی تحت شرایط خشکسالی قرار دهد.

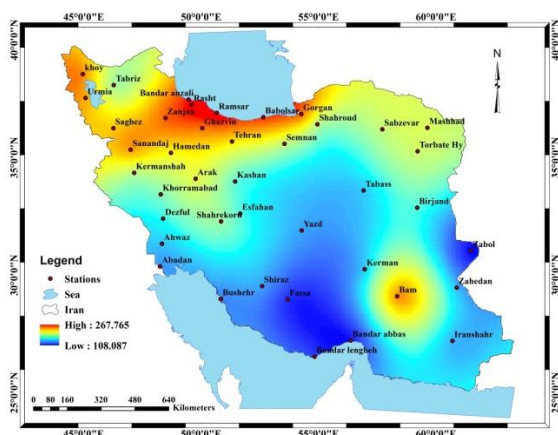


Figure 7- Delineation of the number of dry months in the studied stations (1971-2017)

شکل ۷- پهنه بندی تعداد ماه های خشک در ایستگاه های مورد مطالعه (۲۰۱۷-۱۹۷۱)

نتیجه گیری

به دلیل آنکه غالباً همبستگی میان مشخصه های خشکسالی زیاد است، لذا تحلیل های تک متغیره قادر به وارد کردن تأثیرات این وابستگی در محاسبات نیستند. بنابراین، بهترین روش برای پایش خشکسالی، تحلیل توأم

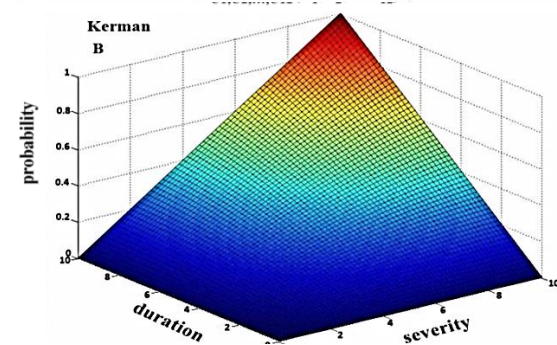
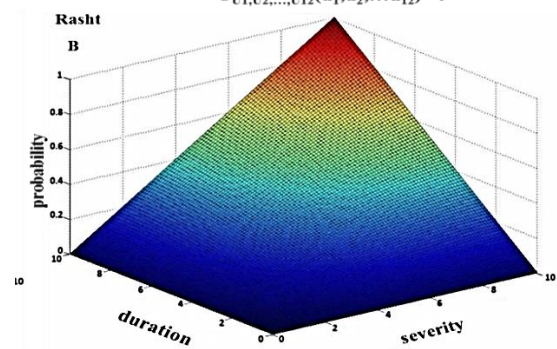
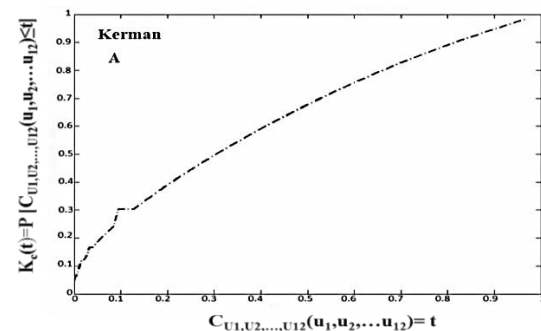
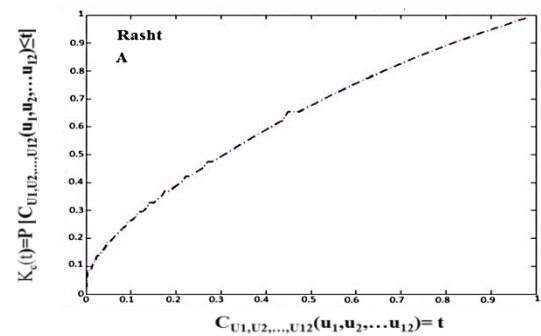


Figure 6- Copula Distribution function, $K_c(t)$, at different value of $C_{U_1, U_2, \dots, U_{12}}$ for Kerman and Rasht stations

شکل ۶- تابع توزیع مفصل، $K_c(t)$ ، در مقادیر مختلف $C_{U_1, U_2, \dots, U_{12}}$

برای ایستگاه های رشت و کرمان

همان طور که در نمودارهای سه بعدی مشاهده می شود هر چه شدت و مدت خشکسالی بیش تر باشد، احتمال وقوع کم تر و دوره بازگشت بزرگ تر خواهد بود و بالعکس، هر چه احتمال وقوع بیش تر باشد، یعنی دوره بازگشت کم تر خواهد بود. با توجه به اینکه در این دو ایستگاه تابع

مشخصه‌های آن است. در این تحقیق، جهت تحلیل چندمتغیره خشکسالی هواشناسی در کشور از داده‌های بارش ماهانه ۴۱ ایستگاه هواشناسی استفاده گردید. سپس شاخص کمبود توأم (JDI) که یک شاخص چندمتغیره مبتنی بر احتمال از مجموعه‌ای از SPI^{mod} ها با اندازه بازه‌های زمانی یک تا دوازده ماهه است، محاسبه گردید و عملکرد آن‌ها با هم مقایسه شد. نتایج نشان داد به رغم پیچیده بودن محاسبات شاخص JDI نسبت به SPI^{mod} ، اما به دلیل ادغام شاخص SPI^{mod} با مقیاس زمانی مختلف در یک شاخص و در نتیجه کاهش حجم نتایج، تفسیر آن‌ها ساده تر است. به عبارت دیگر، در شاخص JDI برای هر ماه یک مقدار محاسبه می‌شود، در حالی که شاخص SPI^{mod} برای مقیاس‌های زمانی مختلف محاسبه می‌گردد. مزیت دیگر شاخص JDI نسبت به شاخص‌های متداول خشکسالی این است که شاخص JDI علاوه بر توصیف علمی وضعیت خشکسالی توانایی مشخص کردن آغاز خشکسالی‌ها و نیز خشکسالی‌های طولانی‌مدت به صورت توأم را دارد. نتایج حاصل نشان داد که بیش‌ترین درصد تعداد ماه‌های خشک مربوط به ایستگاه کرمان ۴۸٪ و کم‌ترین آن مربوط به ایستگاه بندر انزلی ۳۷٪ بوده است. همچنین درصد ماه‌های خشک برای ایستگاه رشت ۴۲٪ به دست آمد. در ادامه مشخصه‌های خشکسالی شامل شدت، مدت و فاصله بین آغاز دو خشکسالی متوالی استخراج شد. پس از برازش تابع توزیع حاشیه‌ای مناسب بر هر مشخصه خشکسالی (شدت، مدت و فاصله بین آغاز دو خشکسالی متوالی به ترتیب تابع گاما، نمایی و مقادیر حدی تعمیم‌یافته به عنوان توابع توزیع حاشیه‌ای برتر شناخته شدند)، سپس قابلیت نه تابع مفصل مختلف شامل کلایتون، علی-میخائیل - حق، فارلی - گامبل - مورنگستر، فرانک،

گلامبوس، گامبل - هوگارد، پلاکت، فیلیپ - گامبل و جوئی جهت ایجاد توزیع توأم از مشخصه‌های خشکسالی بررسی شد. بر این اساس تابع مفصل فارلی - گامبل - مورنگستر (FGM) به عنوان تابع مفصل برتر غالب شناخته شد (۳۲). ایستگاه تابع مفصل FGM، ۸ ایستگاه تابع مفصل جوئی، ۱ ایستگاه تابع مفصل علی - میخائیل - حق). در این مطالعه، پس از ایجاد توزیع‌های دومتغیره از مشخصه‌های خشکسالی، توزیع سه‌متغیره نیز با روش تودرتو ایجاد گردید. در مرحله بعد احتمال توأم برای همه ایستگاه‌ها بر اساس تابع مفصل برتر، ایجاد شد و نتایج آن به صورت نمودارهای سه‌بعدی ارائه گردید. این نتایج می‌تواند اطلاعات مفیدی را در اختیار مدیران برای تدوین برنامه‌های مناسب در جهت مقابله و کاهش خسارات خشکسالی قرار دهد. به طور کلی نتایج حاصل از این تحقیق نشان داد که، خشکسالی‌ها در غرب، شمال غرب و برخی استان‌های شمالی نسبت به سایر مناطق شدیدتر است. نتایج حاصل از این تحقیق با نتایج Mojarad et al., (2015)، Javizadeh et al. و Daneshmand and Mahmoudi (2017)، al., (2019) که خشکسالی‌ها را در ایران مورد مطالعه قرار دادند مطابقت دارد. پیشنهاد می‌شود با توجه به این که شاخص JDI به متغیرهای هیدرولوژیکی مختلف قابل تعمیم می‌باشد، بنابراین می‌تواند در محاسبه شدت خشکسالی بین متغیری نیز به کار رود. همچنین مقایسه بین خشکسالی‌های بارش و جریان با استفاده از JDI از دیگر زمینه‌های مطالعاتی در آینده می‌تواند باشد. پیشنهاد می‌شود که شاخص JDI با استفاده از داده‌های ماهواره‌ای به صورت بهنگام برای کل کشور محاسبه شود تا مدیران بخش آب کشور بتوانند از نتایج آن بهره‌مند شده و برای مقابله با عواقب خشکسالی‌ها برنامه‌ریزی دقیق‌تری انجام دهند.

منابع

- Ahmadi, F., Mirabbasi Najafabadi, R., Radmanesh, F. 2015. Application of Joint Deficit Index (JDI) for analyzing droughts over the southern margin of the Caspian Sea. Iranian Journal of Soil and Water Research, 46(3), 431-442. (In Farsi).
- Ayantobo, O. O., Li, Y., Song, S. 2019. Multivariate Drought frequency analysis using four-variate symmetric and asymmetric archimedean copula functions Theoretical And Applied Climatology, 33:103-127.
- Bazrafshan, O., Zamani, H., Shekari, M. 2019. A copula-based index for drought analysis in arid and semi-arid regions of Iran. Natural Resource Modeling; e12237. <https://doi.org/10.1111/nrm.12237>
- Boroghani, M., Taie, M., Mirnia, S. 2014. Analysis of relationship between hydrogeological and climatological droughts using SWI and SPI indices in Sabzevar Plain.

- Iranian Journal of Range and Desert Research, 20(4), 733-744. (In Farsi).
- Chen, L., Singh, V.P., Guo, S., Hao, Z., Li, T. 2012. Flood coincidence risk analysis using multivariate Copula function. *Journal of Hydrologic Engineering* 17(6): 742-755.
- Cheraghalizadeh, M., Ghameshlou, A.N., Bazrafshan, J., Bazrafshan, O. 2018. A copula-based joint meteorological-hydrological drought index in a humid region (Kasilian basin, North Iran). *Arabian Journal of Geosciences*, 11(12): <https://doi.org/10.1007/s12517-018-3671-7>.
- Daneshmand, H., Mahmoudi, P. 2017. A spectral analysis of Iran's droughts. *Iranian Journal of Geophysics*, 10(4), 28-47. (In Farsi).
- Favre, A.C., Adlouni, S. El., Perreault, L., Thiemonge, N., Bobee, B. 2004. Multivariate hydrological frequency analysis using copulas. *Water Resources Research*, 40, W01101.
- Filho, J.D.P., Portela, M.M., Studart, T.M.D.C., Filho, F.D.A.S. 2019. A continuous drought probability monitoring system, CDPMS, based on copulas. *Water*, 11(9), 1925; <https://doi.org/10.3390/w11091925>.
- Javizadeh, S., Hejazizadeh, Z. 2019. Analysis of drought spatial statistics in Iran. *Researches in Geographical Sciences*. 19 (53): 251-27. (In Farsi).
- Joe, H. 1997. *Multivariate models and dependence concepts*. London: Chapman & Hall. 399 pp.
- Kao, S.C., Govindaraju, R.S. 2010. A copula-based joint deficit index for droughts. *Journal of Hydrology* 380: 121-134.
- Kao, S.C., Govindaraju, R.S. 2008. Trivariate statistical analysis of extreme rainfall events via the Plackett family of copulas. *Water Resources Research*. 44(2): 102-115.
- Loukas, A., Vasilides, L. 2004. Probabilistic analysis of drought spatiotemporal characteristics in Thessaly region, Greece. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 4: 719-731.
- McKee, T.B., Doeskin, N.J., Kleist, J. 1993. The relationship of drought frequency and duration to time scales. In *Proceedings of the 8th Conference on Applied Climatology*, January 17-22, Anaheim, California. pp. 179-184.
- Mesbahzadeh, T., Mirakbari, M., Mohseni Saravi, M., Soleimani Sardoo, F., Miglietta, M.M. 2019. Meteorological drought analysis using copula theory and drought indicators under climate change scenarios (RCP), *Meteorological Applications*, 27(1): 1-20.
- Mirabbasi Najafabadi, R., Ahmadi, F., Ashuri, M., Nazeri Tahroudi, M. 2017. Droughts analysis in the Northeast of Iran using Joint Deficit Index (JDI). *Iranian Journal of Ecohydrology*, 4(2), 573-585. (In Farsi).
- Mirabbasi, R., Anagnostou, E. N., Fakheri-Fard, A., Dinpashoh, Y., Eslamian, S. 2013. Analysis of meteorological drought in northwest Iran using the Joint Deficit Index. *Journal of Hydrology*, 492, 35-48.
- Mirabbasi, R., Fakheri-Fard, A., Dinpashoh, Y. 2012. Bivariate drought frequency analysis using the Copula method. *Theoretical and Applied Climatology*, 108, 191-206.
- Mishra, A.K., Singh, V.P. 2010. A review of drought concepts. *Journal of Hydrology*, 391:202-216.
- Mojarad, F., Khiri, R., Noori, Z. 2015. Frequency analysis of daily droughts in Iran with Effective Drought Index, *Journal of Geographical Sciences Applied Research*, 14(35), 29-48. (In Farsi).
- Nadi, M., Bazrafshan, J., Pourtahmasi, K., Bräuningd, A. 2016. Tree-ring based reconstruction of the joint deficit index in Javan-Roud Region, Kermanshah (Iran). *International Journal of Climatology*, 37(1), 420-429.
- Nelsen, R. B., 2006, *An Introduction to Copulas*, Springer, New York. 269 pp.
- Palmer, W.C. 1968. Keeping track of crop moisture conditions, nationwide: the new Crop Moisture Index, *Weatherwise*, 21: 156-161.
- Ramezani, Y., Nazeri Tahroudi, M. 2020 Improving the performance of the SPEI using four-parameter distribution function. *Theoretical and Applied Climatology*, 139, 1151-1162.
- Salvadori, G., De Michele, C. 2006. Statistical characterization of temporal structure of storms. *Advances in Water Resources*, 29(6): 827-842.
- Serinaldi, F. 2008. Copula-based mixed models for bivariate rainfall data: An empirical study in regression perspective. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment* 23(5), 677-693.
- Serinaldi, F., Bonaccorso, B., Cancelliere, A., Grimaldi, S. 2009. Probabilistic characterization of drought properties through copulas. *Journal of Physics and Chemistry of the Earth* 34, 596-605.
- Shiau, J. T. 2006. Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. *Water Resources Management*. 20: 795-815.
- Sklar, A. 1959. *Distribution functions of n Dimensions and Margins*. Publications of the

- Institute of Statistics of the University of Paris, 8, 229-231.
- Sun, Peng., Zhang, Q., Yao, R., Wen, Q. 2019. Hydrological Drought Regimes of the Huai River Basin, China: Probabilistic Behavior, Causes and Implications, *Water*, 11(11), 2390; <https://doi.org/10.3390/w11112390>.
- Wang, F., Wang, Z., Yang, H., Zhao, Y., Zhang, Z., Li, Z., Hussain, Z. 2019. Copula-based drought analysis using Standardized Precipitation Evapotranspiration Index: A case study in the Yellow River Basin, China, *Water*, 11(6), 1298; <https://doi.org/10.3390/w11061298>.
- Wong, G., Lambert, M.F., Leonard, M., Metcalfe, A.V. 2010. Drought analysis using trivariate copulas conditional on climatic states. *Journal of Hydrologic Engineering*, 15(2): 129-141.
- Xu, Y. P., Booij, M. J., Tong, Y. B. 2010. Uncertainty analysis in statistical modeling of extreme hydrological events. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment* 24(5): 567-578.
- Zeleanhastic, E., Salvi, A. 1987. A method of stream flow drought analysis. *Journal of Water Resources Research*, 23(1): 156-168.
- Zhang, Q., Li, J., Singh, V. P., Xu, C.Y. 2012. Copula-based spatio-temporal patterns of precipitation extremes in China. *International Journal of Climatology*, 35(5): 1140-1152.



Multivariate analysis of meteorological droughts in Iran using Joint Deficit Index (JDI)

Z. Khani Temelilyeh¹, H. Rezaei^{2*}, R. Mirabbasi Najafabadi³

Received: 15/01/2020

Accepted: 16/06/2020

Abstract

Monitoring and prediction of drought, as a natural phenomenon, has a significant importance in water resource management and agricultural production. The purpose of this study is to analysis the meteorological droughts across Iran using the Joint Deficit Index (JDI) and its comparison with widely used SPI^{mod} index. For this purpose, the monthly precipitation data of 41 meteorological stations across Iran for the period of (1971-2017), were used in. The results showed that, the SPI^{mod} index can describe the seasonal variations of precipitation appropriately. On the other hand, the SPI^{mod} is sensitive to time scales, and may provide controversy results in different time scales. To overcome this limitation, the Joint Deficit Index (JDI) can be used, in which a joint distribution of SPI^{mod} indices with time scales of 1 to 12-month is created using copula functions. The results of the JDI application showed that, the number of dry months (i.e. $JDI < 0$) in the west, northwest, and some parts of Northern provinces of Iran were more than other parts of the country. In the next step, the drought characteristics including severity, duration and the time interval between two consequent events were extracted from the JDI index time series. The results indicated that the correlation coefficient between drought characteristics were greater than 0.7. For multivariate analysis of drought characteristics, the goodness of fit test of nine copula models was examined. Based on this test, the Farley- Gamble- Morgenstern copula was found to be as the best function for constructing the trivariate distribution for drought monitoring in study stations.

Keywords: Copula function, Drought Index, Joint distribution, Nested method



¹ Ph. D. Student in Water Resources Engineering, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture and Natural Resources, Urmia University, Urmia, Iran

² Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture and Natural Resources, Urmia University, Urmia, Iran

(*Corresponding Author Email Address: h.rezaie@urmia.ac.ir)

³ Associate Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Shahrekord University, Shahrekord, Iran