

## شبیه‌سازی استوکاستیکی بارش روزانه چندایستگاهی در شمال شرق ایران: تأثیر نایستایی زمانی

بیژن قهرمان<sup>۱\*</sup>، احسان امینی<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۸/۳۰

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۱/۲۱

### چکیده

شبیه‌سازی استوکاستیکی باران روزانه در بسیاری از مدل‌ها (برای مثال هیدرولوژی، هواشناسی و تولید محصول) کاربرد دارد. بیش‌تر مدل‌های شبیه‌سازی استوکاستیکی تک‌ایستگاهی بوده و مدل‌های اندکی ساختار همبستگی بارندگی (وقوع و مقدار) را در قالب چندایستگاهی در نظر می‌گیرند. با این حال در مدل‌های موجود توجهی به احتمال نایستایی پارامترهای دخیل نمی‌شود. تعداد ۳۶ ایستگاه باران‌سنجی در گستره سه استان خراسان شمالی، رضوی و جنوبی با طول دوره آماری ۳۰ سال در نظر گرفته شد. از مدل شبیه‌سازی استوکاستیکی باران روزانه که در آن وقوع بارندگی از فرآیند مارکوف مرتبه اول و وقوع مقدار بارندگی از تابع چگالی گامای دومتغیره پیروی می‌کرد برای ۶ ماه بارانی سال (آبان تا فروردین) استفاده شد. نشان داده شد که پارامترهای این مدل (۲ پارامتر احتمال بارانی بودن مشروط بر بارانی بودن یا نبودن روز پیش برای وقوع بارندگی و دو پارامتر تابع چگالی گاما) به طور معنی‌داری به ماه، سال و محل ایستگاه بستگی دارد؛ ولی هیچ رابطه معنی‌داری برای برآورد آن‌ها به دست نیامد. نشان داده شد که هر ۴ پارامتر مدل شبیه‌سازی در زمان نایستا بوده و در نظر گرفتن این نایستایی موجب افزایش دقت فرآیند شبیه‌سازی می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** بارندگی، تابع چگالی گاما، ماتریس احتمال انتقال، اقلیم خشک و نیمه خشک

### مقدمه

(لیو و همکاران<sup>۵</sup>، ۲۰۰۹؛ ریچاردسون<sup>۶</sup>، ۱۹۸۱). کاربرد آسان و سریع آن‌ها باعث شده است که از آن‌ها به طور گسترده در سطح جهان استفاده شود (ویلکس، ۱۹۹۹). با این حال محدودیت عمده چنین مدل‌هایی این است که ویژگی‌های مکانی را در نظر نمی‌گیرند و با وجود این که غالباً باران در مناطق مختلف با هم همبسته هستند ولی سری‌های زمانی باران‌های تولید شده به صورت مستقل از هم به دست می‌آیند (قیان و همکاران<sup>۷</sup>، ۲۰۰۲؛ ویلکس، ۱۹۹۹). اهمیت عمده همبستگی مکانی باران در شبیه‌سازی جریان رودخانه‌ای است (قیان و همکاران، ۲۰۰۲). در استفاده از سناریوهایی منطقی برای اهداف مدیریتی نیز در نظر گرفتن همبستگی مکانی بارندگی اهمیت دارد. چندین مدل (برای مثال مارکوف پنهان) برای شبیه‌سازی بارندگی که در آن‌ها به همبستگی مکانی نیز توجه شده باشد در منابع موجود است (برس و رودریگوئز-ایتورب<sup>۸</sup>،

بسیاری از مدل‌های کشاورزی، هیدرولوژی و اقلیمی به داده‌های باران روزانه نیاز دارند. با این حال چنین داده‌هایی در بسیاری از مناطق کامل نبوده، طول دوره آماری آن‌ها کوتاه بوده و استفاده از آن‌ها با محدودیت مواجه می‌باشد. از این رو مدل‌های استوکاستیکی که نوعی خاص از مدل‌های ریاضی هستند تهیه شده؛ به طوری که داده‌های شبیه‌سازی شده توسط آن‌ها ویژگی‌های سری‌های واقعی را حفظ کند (ویلکس و ویلیبی<sup>۳</sup>، ۱۹۹۹). مدل‌های بسیاری (برای مثال موداوک<sup>۴</sup>) برای تولید باران روزانه در یک ایستگاه واحد در منابع هیدرولوژی و اقلیمی موجود است

<sup>۱</sup>استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

<sup>۲</sup>نویسنده مسئول: [bijangh@um.ac.ir](mailto:bijangh@um.ac.ir)

<sup>۳</sup>دانش آموخته کارشناسی ارشد آبیاری و زهکشی، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

<sup>۴</sup>Wilks and Wilby

<sup>۵</sup>MODAWEK

<sup>۵</sup> Liu et al.

<sup>۶</sup> Richadson

<sup>۷</sup> Qian et al.

<sup>۸</sup> Bras and Rodriguez-Iturbe

برطرف کردند؛ به گونه‌ای که مشکلات مربوط به ماتریس-های نامعین مثبت برطرف شده و رابطه بین همبستگی اعداد تصادفی و اعداد واقعی (مربوط به وقوع باران و یا مقدار باران) قابل حل باشد. مشکل باقی مانده در روش‌های شبه‌سازی استوکاستیکی، از جمله برای روش ویلکس (۱۹۹۸) و حنا و بائوونز (۲۰۱۱)، این است که در آن‌ها پارامترهایی از جمله ماتریس‌های احتمال انتقال وقوع بارندگی و پارامترهای تابع چگالی احتمال (نمایی برای روش ویلکس (۱۹۹۸) و گاما برای روش حنا و بائوونز (۲۰۱۱)) از داده‌های مشاهده شده استخراج می‌شوند. این پارامترها به‌طور کلی وابسته به مکان بوده و برای ایستگاه‌های مختلف متفاوت خواهند بود. با این حال این نکته باقی می‌ماند که به نوسانات زمانی آن‌ها توجه نشده و رفتار آن‌ها در زمان ثابت فرض شده است. در صورتی که نه تنها نوسانات تصادفی در سری‌های زمانی پذیرفته شده است (نلسون و پلوسر<sup>۸</sup>، ۱۹۸۲) بلکه در حال حاضر وقوع سری‌های زمانی ناپایستا امری غیرعادی به‌شمار نمی‌آید (فریزلویز و همکاران<sup>۹</sup>، ۲۰۰۳؛ راثو و همکاران<sup>۱۰</sup>، ۲۰۰۳). به طور مشخص اخیراً قهرمان و امینی (۱۳۹۴) نشان دادند که پارامترهای مدل استوکاستیکی باران (وقوع و مقدار) در خراسان دارای روند است و تغییرات پله‌ای غیرنظام‌مند آن‌را نشان دادند. بنابراین هدف این مقاله شبه‌سازی استوکاستیکی باران روزانه به صورت چندایستگاهی و برای شرایطی است که تغییرات زمانی پارامترهای مدل شبه‌سازی (هم مربوط به وقوع بارندگی و هم مربوط به مقدار آن) نیز مدنظر باشد.

### مواد و روش‌ها

منطقه خراسان بزرگ (شامل سه استان خراسان رضوی، شمالی و جنوبی) جهت مطالعه در این پژوهش انتخاب شده است. از این پس برای سهولت نوشتار از «منطقه خراسان» به‌جای منطقه خراسان بزرگ استفاده می‌شود. این منطقه با توجه به شرایط اقلیمی، علاوه بر کمبود بارش، دارای توزیع نامناسب زمانی و مکانی بارندگی در طول سال نیز هست. به طور کلی از جنوب به شمال بر میزان بارندگی افزوده می‌شود. داده‌های مورد استفاده از ۱۸۴ ایستگاه باران‌سنجی و هواشناسی در

۱۹۷۶؛ هوگز و همکاران<sup>۱</sup>، ۱۹۹۹؛ ولی واسنجی و استفاده از این مدل‌ها بیش از اندازه پیچیده بوده که کاربرد عملی آن‌ها را محدود می‌سازد (قیان و همکاران، ۲۰۰۲؛ ویلکس، ۱۹۹۹). برای رفع این محدودیت‌ها، ویلکس (۱۹۹۸) برای شبه‌سازی استوکاستیکی باران روزانه در چندین ایستگاه به‌طور توأم، یک مدل دو مرحله‌ای (زنجره مارکف مرتبه اول برای وقوع بارندگی و تابع توزیع نمایی برای مقدار باران) را ارائه داد. به نظر می‌رسد که این روش اولین روشی باشد که در شبه‌سازی باران چندایستگاهی، ویژگی‌های آماری را حفظ می‌کند (بریست و همکاران<sup>۲</sup>، ۲۰۰۷). از این‌رو، این روش مورد استفاده بسیاری بوده است (بریست و همکاران، ۲۰۰۷؛ قیان و همکاران، ۲۰۰۲؛ سریکانتهان<sup>۳</sup>، ۲۰۰۵؛ سریکانتهان و پگرام<sup>۴</sup>، ۲۰۰۹؛ تامپسون و همکاران<sup>۵</sup>، ۲۰۰۷). یکی از دشواری‌های روش ویلکس (۱۹۹۸) مربوط به تولید اعداد تصادفی است که توالی آن‌ها مستقل بوده ولی می‌باید ساختار همبستگی مکانی مربوط به هر دو ویژگی وقوع بارندگی و مقدار آن را حفظ کند. به‌دلیل نامحدود بودن تعداد اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت در چند مکان (فاکالر<sup>۶</sup>، ۱۹۹۹)، می‌باید از اعداد تصادفی نرمال چندمتغیره چندمتغیره استفاده کرد. مشکلی که در این‌جا بروز می‌کند این است که تبدیل این اعداد به اعداد متناظر با توزیع یکنواخت به منظور حفظ ساختار همبستگی مکانی، حل مستقیم نداشته و باید از برخی روش‌های عددی استفاده شود که موجب کاهش سرعت در اجرا می‌شود. افزون بر این در این تبدیل نیاز به استفاده از تبدیل چولسکی وجود دارد که در بسیاری از شرایط ماتریس معین مثبت وجود ندارد. ویلکس (۱۹۹۸) همبستگی بین جفت ایستگاه‌ها (هم برای وقوع باران و هم برای مقدار آن) را با تابعی از ویژگی‌های موقعیتی آن‌ها بررسی و از تابعی با ماهیت تجربی استفاده کرد. بررسی‌های مقدماتی نشان داد که نمی‌توان از چنین روشی برای داده‌های باران روزانه استان خراسان استفاده کرد. حنا و بائوونز<sup>۷</sup> (۲۰۱۱) (۲۰۱۱) برخی دشواری‌های روش ویلکس (۱۹۹۸) را

<sup>1</sup> Hughes et al.

<sup>2</sup> Brisette et al.

<sup>3</sup> Srikanthan

<sup>4</sup> Srikanthan and Pegram

<sup>5</sup> Thompson et al.

<sup>6</sup> Fackler

<sup>7</sup> Mhanna and Bauwens

<sup>8</sup> Nelson and Plosser

<sup>9</sup> Fryzlewicz et al.

<sup>10</sup> Rao et al.

### وقوع بارندگی

در مجموع  $N \times M$  مدل (N ایستگاه باران سنجی و M ماه بارانی - آبان تا فروردین) برای وقوع بارندگی برآش داده شد. با کمک این مدل‌ها، احتمال انتقال وقوع بارندگی برای هر ایستگاه به دست خواهد آمد. در شبیه‌سازی وقوع باران و برای تولید بارندگی به صورت چندایستگاهی، از اعداد تصادفی که توالی آن‌ها مستقل بوده و در مکان همبسته هستند استفاده می‌شود. در این صورت همبستگی مکانی در شبیه‌سازی سری‌های بارندگی در کل منطقه در نظر گرفته می‌شود.

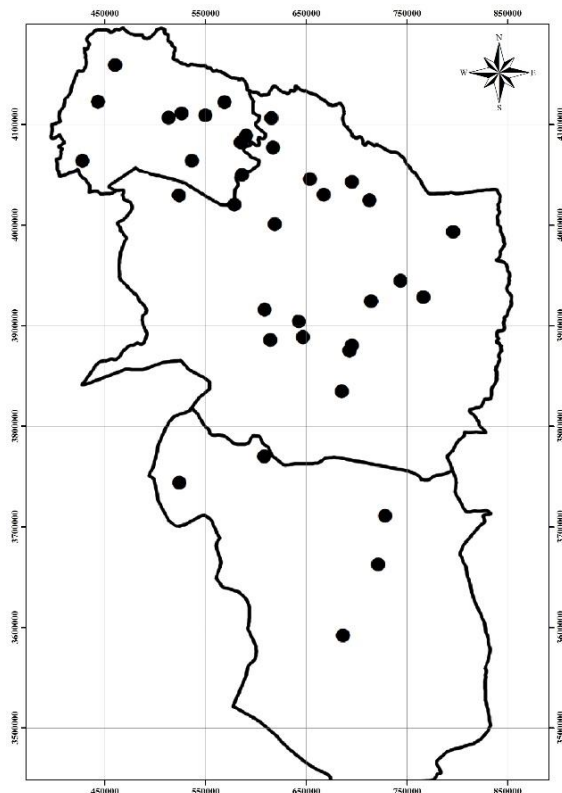
۱- تعیین احتمال شرطی و غیرشرطی بارندگی: وقوع بارندگی با استفاده از «فرآیند زنجیره‌ای وابسته» در قالب فرآیند مارکوف مرتبه اول دوحالتی انجام می‌شود. این مدل برپایه معیار اطلاعاتی بیزین بوده و بر مدل‌های مارکوف مرتبه صفر و ۲ برتری دارد (کاتز و پارلانگ<sup>۱</sup>، ۱۹۹۸؛ شوارز<sup>۲</sup>، ۱۹۷۸).

مدل مارکوف مرتبه اول بر این فرض استوار است که احتمال وقوع بارندگی در روزی معین به بارانی بودن یا نبودن در روز پیش از آن بستگی دارد. رخداد دوحالتی بارانی بودن یا نبودن در روز معین  $t$  با  $X_t$  نشان داده می‌شود. در این مقاله روز بارانی روزی است که مقدار باران در آن روز بیش‌تر از  $0.1$  میلی‌متر باشد. از دو احتمال شرطی  $P_{01}(k)$  [یعنی احتمال شرطی برای بارانی بودن روز مورد نظر ( $X_t=1$ ) مشروط بر بارانی نبودن روز پیش ( $X_{t-1}=0$ )] و  $P_{11}(k)$  [یعنی احتمال شرطی برای بارانی بودن روز مورد نظر مشروط بر بارانی بودن روز پیش] برای تبیین فرآیند باران در ایستگاه  $k$ ام استفاده می‌شود. این دو احتمال می‌باید برای هر ماه به‌طور جداگانه محاسبه شود. تخمین‌هایی از این دو احتمال را برای ایستگاه  $k$ ام می‌توان در قالب معادله ۱ و ۲ نشان داد (ژنگ و کاتز<sup>۳</sup>، ۲۰۰۸).

$$\hat{P}_{01}(k) = \frac{n_{01}(k)}{n_{01}(k) + n_{00}(k)} \quad (1)$$

$$\hat{P}_{11}(k) = \frac{n_{11}(k)}{n_{11}(k) + n_{10}(k)} \quad (2)$$

سطح منطقه خراسان به دست آمد. امینی و همکاران (۱۳۹۰) قبلاً از این داده‌ها برای شبیه‌سازی تک‌ایستگاهی بارندگی روزانه استفاده کرده بودند. با توجه به نقش اساسی کشاورزی در اقتصاد این منطقه و تأثیر بسزایی که بارندگی در برنامه‌ریزی‌های اقتصادی و مدیریت منابع آب دارد، پیش‌بینی بارش اهمیت زیادی دارد. به دلیل ناچیز بودن بارندگی در ۶ ماه از سال (اردیبهشت تا مهر) تنها ۶ ماه بارانی آبان تا فروردین در شبیه‌سازی‌ها در نظر گرفته شد (برای ایده‌ای از باران در ماه‌های پر باران و کم باران به امینی و همکاران (۱۳۹۰) مراجعه شود). حنا و باثوونز (۲۰۱۱) نیز از همین بازه زمانی برای شبیه‌سازی بارندگی استفاده کردند. موقعیت نسبی این ایستگاه‌ها در شکل ۱ ارائه شده است. برای شبیه‌سازی بارندگی از الگوی دو جزئی استفاده می‌شود (حنا و باثوونز، ۲۰۱۱). از زنجیره مارکوف مرتبه اول برای بررسی وقوع بارندگی روزانه و تابع توزیع گامای دوپارامتری برای پیش‌بینی مقدار آن استفاده شده است.



شکل ۱- نقشه پراکندگی ایستگاه‌های باران سنجی منتخب استان‌های خراسان رضوی، جنوبی و شمالی. خطوط ترسیم شده مربوط به مرز سیاسی سه استان مورد نظر است.

<sup>1</sup> Katz and Parlange

<sup>2</sup> Schwarz

<sup>3</sup> Zheng and Katz

$$u_t(k) = \Phi[w_t(k)] \quad (9)$$

که در آن  $\Phi[\bullet]$  تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است. برای فرآیند وقوع، اعداد تصادفی با توزیع نرمال باید ویژگی همبستگی مکانی سری‌های وقوع بارندگی را حفظ کنند. همبستگی بین متغیرهای نرمال استاندارد [برای مثال  $w_t(k)$  و  $w_t(l)$ ] با نماد  $\omega(k,l)$  نشان داده شده و توسط توزیع نرمال دومتغیره تولید می‌شود. سپس مقداری برای  $\omega(k,l)$  تعیین می‌شود که بتواند منجر به همبستگی  $\xi^0(k,l)$  [مقدار مشاهده شده‌ای از  $\xi(k,l)$ ] برای وقوع بارندگی در دو ایستگاه  $k$  و  $l$  گردد. در این‌جا این مشکل بروز می‌کند که امکان محاسبه مستقیم  $\omega(k,l)$  از روی  $\xi^0(k,l)$  وجود ندارد. ویلکس (۱۹۹۸) نشان داد که برای جفت ایستگاه‌های  $k$  و  $l$ ، رابطه‌ای یک‌سویه بین  $\omega(k,l)$  و  $\xi(k,l)$  وجود دارد. وی فرآیندی را پیشنهاد کرد که در آن این رابطه برای هر دو ایستگاه و برای هر ماه بارانی تهیه و سپس از روی آن مقدار  $\omega(k,l)$  به دست آید. به دلیل زمان‌بر بودن این روش، حنا و بائوونز (۲۰۱۱) نشان دادند که  $\omega(k,l)$  با ضریب گاما  $\gamma(k,l)$ ، که توسط روسون<sup>۱</sup> (۲۰۰۷) ارائه گردید، برابر بوده و از معادله ۱۰ محاسبه می‌شود.

$$\gamma(k,l) = \frac{\pi_{00}(k,l)\pi_{11}(k,l) - \pi_{10}(k,l)\pi_{01}(k,l)}{\pi_{00}(k,l)\pi_{11}(k,l) + \pi_{10}(k,l)\pi_{01}(k,l)} \quad (10)$$

که در آن  $\pi_{00}(k,l)$  احتمال توأمی است که هر دو ایستگاه خشک باشند،  $\pi_{11}(k,l)$  احتمال توأمی است که هر دو ایستگاه بارانی باشند و غیره. حال متغیرهای نرمال چندمتغیره را می‌توان با استفاده از معادله ۱۱ تولید کرد (فاکالر، ۱۹۹۹).

$$w_t = UR_t \quad (11)$$

که در آن بردار نرمال مستقل و  $U$  ماتریسی با ویژگی معادله ۱۲ است.

$$U^T U = \Omega \quad (12)$$

که در آن  $\Omega$  ماتریس کوواریانس بوده به طوری که درایه‌های آن برابر با مقدار همبستگی بین متغیرهای نرمال متناظر با ایستگاه‌های  $k$  و  $l$  [یعنی  $\omega(k,l)$ ] می‌باشد. محاسبه  $U$  از روی  $\Omega$  توسط تجزیه چولسکی زمانی امکان‌پذیر است که ماتریس کوواریانس، معین مثبت باشد. در نتیجه هر مجموعه‌ای از اعداد تصادفی  $w_t(k)$  که توالی آن‌ها مستقل بوده و ساختار همبستگی

که در آن  $\pi_{00}$  و  $\pi_{01}$  (به ترتیب تعداد روزهای بارانی و خشک مشروط بر خشک بودن روز پیش از آن) از روی داده‌های تاریخی به دست می‌آیند. دو نماد دیگر (یعنی  $\pi_{10}$  و  $\pi_{11}$ ) نیز به طور مشابه تعریف می‌شود. احتمال غیر شرطی برای روز بارانی ( $\pi_1$ ) و روز خشک ( $\pi_0$ ) به ترتیب از معادلات ۳ و ۴ به دست می‌آیند (کاتز و پارلانگ، ۱۹۹۸).

$$\pi_1(k) = \Pr\{X_t(k)=1\} = \frac{P_{01}(k)}{P_{01}(k) + P_{11}(k)} \quad (3)$$

$$\pi_0(k) = 1 - \pi_1(k) \quad (4)$$

۲- تعیین همبستگی بین سری‌های وقوع بارندگی. برای هر دو ایستگاه  $k$  و  $l$ ، همبستگی بین سری‌های وقوع بارندگی [یعنی  $X_t(k)$  و  $X_t(l)$ ] با معادله ۵ داده می‌شود.

$$\xi(k,l) = \text{Corr}[X_t(k), X_t(l)] \quad (5)$$

مقدار این همبستگی را می‌توان به صورت معادله ۶ به دست آورد (سریکانتهان و پگرام، ۲۰۰۹؛ تامپسون و همکاران، ۲۰۰۷).

$$\xi(k,l) = \frac{\pi_{00}(k,l) - \pi_0(k)\pi_0(l)}{\sigma(k)\sigma(l)} \quad (6)$$

که در آن  $\sigma$  انحراف استاندارد سری دودویی وقوع بارندگی (معادله ۷) و  $\pi_{00}(k,l)$  احتمال توأم این که هر دو ایستگاه خشک باشند (معادله ۸) می‌باشد ( $n$  تعداد روزهایی است که هر دو ایستگاه خشک باشند و  $d_{\text{joint}}$  تعداد کل روزها است).

$$\sigma(k) = \sqrt{\pi_0(k)\pi_1(k)} \quad (7)$$

$$\pi_{00}(k,l) = \frac{d_{\text{joint}}}{n} \quad (8)$$

گام سوم. تعیین مدل استوکاستیکی وقوع بارندگی. برای شبه‌سازی‌های استوکاستیکی سری‌های  $X_t$  از مولد اعداد تصادفی که در آن اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت [یعنی  $u_t(k)$ ] تولید می‌شود استفاده می‌گردد. در این‌جا نمی‌توان اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت را مستقیماً تولید کرد؛ زیرا برای حفظ کردن ویژگی ماتریس همبستگی مکانی ایستگاه‌ها، جواب منحصر به فردی برای چنین اعداد تصادفی وجود ندارد (فاکالر، ۱۹۹۹). در چنین شرایطی در ابتدا باید اعداد تصادفی نرمال استاندارد همبسته [یعنی  $w_t(k) \sim N[0,1]$ ] را تولید (حنا و بائوونز، ۲۰۱۱؛ ویلکس، ۱۹۹۸) و سپس آن‌ها را با استفاده از معادله ۹ به متغیرهای یکنواخت تبدیل کرد.

<sup>1</sup> Rousson

۲- همبستگی بین سری‌های مقدار بارندگی: همبستگی بین سری‌های زمانی بارندگی در دو ایستگاه  $k$  و  $l$  [یعنی  $Y_t(k)$  و  $Y_t(l)$ ] با معادله ۱۸ نشان داده می‌شود.

$$\eta(k,l) = \text{Corr}[Y_t(k), Y_t(l)] \quad (18)$$

در این جا از همبستگی حاصل ضرب گشتاوری پیرسون استفاده می‌شود. مدل گاما مقادیر بارندگی را تنها برای روزهای بارانی تولید می‌کند؛ از این رو همبستگی بین سری‌های زمانی مقدار بارندگی در دو ایستگاه  $k$  و  $l$  نیز تنها برای جفت وقایعی که هر دو ایستگاه بارانی باشند محاسبه خواهد شد.

۳- تعریف مدل استوکاستیکی مقدار باران. با استفاده از بردار متغیرهای یکنواخت همبسته  $v_t(k)$ ، همبستگی مکانی در مقادیر باران روزانه حفظ می‌شود. در این جا نیز، همچون شبیه‌سازی وقوع بارندگی، درایه‌های این بردار به صورت  $v_t(k) = \Phi[z_t(k)]$  از روی مصداقی از متغیرهای نرمال استاندارد همبسته [یعنی  $z_t(k)$ ] به دست می‌آید. بردار  $z_t$  را می‌توان از روی توزیع نرمال چند متغیره با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس  $[\Psi]$  که درایه‌های آن با معادله ۱۹ داده می‌شود نمونه‌گیری کرد.

$$\zeta(k,l) = \text{Corr}[z_t(k), z_t(l)] \quad (19)$$

مقداری مشخص از  $\zeta(k,l)$  به همراه همبستگی متناظر  $\omega(k,l)$  و زنجیره مارکوف و پارامترهای گاما برای ایستگاه‌های  $k$  و  $l$ ، به مقداری واحد برای همبستگی  $\eta(k,l)$  بین مقادیر شبیه‌سازی شده مقادیر بارندگی برای این دو ایستگاه منجر می‌شود. در این جا نیز به دلیل این که مقادیر  $z_t$  را نمی‌توان مشاهده کرد، امکان به دست آوردن مستقیم  $\Psi$  وجود ندارد. برای شبیه‌سازی استوکاستیکی از مولد اعداد تصادفی که متغیرهای همبسته نرمال را تولید می‌کند استفاده شد، سپس اعداد تصادفی را به طور جداگانه تبدیل کرده تا توزیع‌های حاشیه‌ای یکنواخت به دست آید. در این جا این مشکل بروز می‌کند که وجود وابستگی بین متغیرهای نرمال به این تبدیل غیرخطی حساس است؛ زیرا همبستگی (خطی) حاصل ضرب گشتاوری پیرسون تحت تبدیلات توزیع‌های حاشیه‌ای لایتغیر نمی‌باشد (فاکالر، ۱۹۹۱). بنابراین اگر بین متغیرهای نرمال اولیه همبستگی خطی وجود داشته باشد، بعد از انجام تبدیل مقدار آن تغییر خواهد کرد. استفاده از سایر روابطی که همبستگی را بعد از هر تبدیل

مکانی وقوع بارندگی ایستگاه‌ها در آن‌ها حفظ شده است، برای تولید سری زمانی وقوع بارندگی در ایستگاه مشخص  $k$  استفاده می‌شود. به این صورت که این اعداد با احتمال شرطی مناسب برای الگوی بارانی بودن-نبودن با توجه به بارانی بودن-نبودن روز پیش [به ترتیب  $P_{01}(k)$  و  $P_{11}(k)$ ] مقایسه می‌شود. احتمال آستانه با معادله ۱۳ داده می‌شود (ویلکس، ۱۹۹۸).

$$P_c(k) = \begin{cases} P_{01}(k) & \text{if } X_{t-1}(k) = 0 \\ P_{11}(k) & \text{if } X_{t-1}(k) = 1 \end{cases} \quad (13)$$

سپس روز بعد بارانی خواهد بود اگر عدد تصادفی به اندازه کافی کوچک باشد:

$$X_t(k) = \begin{cases} 1 & \text{if } \Phi[w_t(k)] \leq P_c \\ 0 & \text{if } \Phi[w_t(k)] > P_c \end{cases} \quad (14)$$

### مقدار بارندگی

همچون مدل وقوع بارندگی، تولید مقدار بارندگی نیز توسط متغیرهای تصادفی که توالی آن‌ها مستقل بوده ولی همبستگی مکانی آن‌ها موجب حفظ شدن همبستگی مکانی سری‌های مقدار بارندگی می‌شود، صورت می‌پذیرد. ۱- تعیین پارامترهای مدل: از تابع توزیع گامای دو-پارامتری (کاتز<sup>۱</sup>، ۱۹۷۷) برای تولید مقدار باران در روزهای بارانی در ایستگاه  $k$ ام استفاده می‌شود.

$$f[r_t(k)] = \frac{[r_t(k)/\beta(k)]^{\alpha(k)-1} \exp[-r_t(k)/\beta(k)]}{\beta(k) \Gamma[\alpha(k)]}; \quad (15)$$

$$r_t(k), \alpha, \beta > 0$$

که در آن  $r_t(k)$  مقدار بارندگی (بزرگ‌تر از صفر)،  $\alpha$  و  $\beta$  به ترتیب پارامترهای شکل و مقیاس مدل و  $\Gamma(\alpha)$  تابع گاما به ازای مقدار  $\alpha$  می‌باشد. برای برآورد پارامترهای مدل در ایستگاه  $k$ ام و برای هر ماه بارانی، از روش حداکثر درست‌نمایی استفاده می‌شود (تام<sup>۲</sup>، ۱۹۵۸).

$$\hat{\alpha}(k) = \frac{1 + \sqrt{1 + 4A(k)/3}}{4A(k)} \quad (16)$$

$$\hat{\beta}(k) = \frac{\bar{Y}(k)}{\hat{\alpha}(k)} \quad (17)$$

که در آن‌ها  $\bar{Y}$  متوسط باران روزانه حسب میلی‌متر برای ماه مورد نظر (تنها برای روزهای بارانی) و  $A$  اختلاف بین لگاریتم‌های میانگین‌های حسابی و هندسی می‌باشد.

<sup>1</sup> Katz

<sup>2</sup> Thom

ایستگاه  $i$  و ماه بارانی  $j$ ، تمامی روزهای ماه مورد نظر در سال  $k$  به دنبال روزهای همان ماه مربوط به سال  $k-1$  نوشته شده و سپس پارامتر مورد نظر به صورت واحد به عنوان میانگینی در کل دوره آماری استخراج گردید (مثلاً رجوع شود به (حنا و بائوونز، ۲۰۱۱)). برای حالت حدی دیگر، نایستایی در مقیاس سال پذیرفته شد و مقادیر پارامترها برای سال  $k$  متفاوت با سال  $k-1$  استخراج گردید. سپس به شیوه توضیح داده شده در بالا، ابتدا وقوع بارندگی و سپس مقدار بارندگی شبه‌سازی گردید. آن‌گاه آماره‌هایی برای هر دو حالت حدی محاسبه و با یکدیگر و نیز با مقادیر استخراج شده از باران‌های مشاهده شده مقایسه گردید.

## نتایج و بحث

### بررسی رفتار مکانی پارامترها

جدول ۱ تغییرات پارامترها را برای ۶ ایستگاه منتخب (این ایستگاه‌ها صرفاً جهت نشان دادن تغییرات مکانی پارامترها بوده و به طور تصادفی انتخاب شده‌اند) نشان می‌دهد (جهت مشاهده موقعیت نسبی این ایستگاه‌ها به شکل ۱ رجوع شود). تمامی تغییرات پارامترها در هر دو بعد زمانی (ماه‌های بارانی سال) و مکانی قابل ملاحظه است. وجود تغییرات در بعد زمان نشان می‌دهد که تفکیک سال به ۶ ماه بارانی منطقی بوده و نمی‌توان شبه‌سازی را به طور یکپارچه برای تمامی روزهای سال انجام داد. از طرف دیگر وجود تغییرات مکانی و در ایستگاه‌های مختلف بیانگر تغییرپذیری مکانی بارندگی بوده که احتمالاً ناشی از پستی و بلندی زمین و طول و عرض جغرافیایی می‌باشد، به طوری که این عوامل به طور مشخص پارامترهای مدل استوکاستیکی باران (وقوع و مقدار) را تحت تأثیر قرار داده است. با این حال هیچ رابطه معنی‌داری بین این پارامترها با ویژگی‌های موقعیتی ایستگاه‌ها به دست نیامد. به بیان دیگر استفاده از یک مقدار میانگین برای هر پارامتر (متناظر با ایستگاه و ماه بارانی مشخص)، مشابه آنچه حنا و بائوونز (۲۰۱۱) انجام دادند، نمی‌تواند درست باشد. این روال برای تمامی ماه‌های بارانی سال و برای تمامی ایستگاه‌ها مشابه بود (نتایج نشان داده نشد). با این حال محدوده تغییرات پارامترها در خراسان با آن‌چه حنا و بائوونز (۲۰۱۱) برای نوار غزه گزارش کرده‌اند متفاوت است.

یک‌سویه حفظ کنند راهکاری مناسب قلمداد می‌شود (فاکالر، ۱۹۹۱). یکی از این روش‌ها، همبستگی رتبه‌ای (یا همبستگی چندکی) است. این روش بر این پایه استوار است که ابتدا برای محاسبه همبستگی بین سری‌های بارندگی استفاده شده و سپس به‌طور خطی به همبستگی حاصل ضرب گشتاوری تبدیل شود تا همبستگی مورد نظر بین اعداد تصادفی به دست آید. در نتیجه، همبستگی خطی بین متغیرهای یکنواخت که از متغیرهای نرمال به دست می‌آیند به سری‌های شبه‌سازی شده بارندگی منجر می‌شود که می‌توانند همبستگی رتبه‌ای بین مقادیر بارندگی را نشان دهند. کروسکال<sup>۱</sup> (۱۹۵۸)، او-برین و گریفیتس<sup>۲</sup> (۱۹۶۵) و حنا و بائوونز (۲۰۱۱) با مقایسه دو روش همبستگی رتبه‌ای [یعنی اسپیرمن  $\rho(k,l)$  و آماره کندال  $\tau(k,l)$  که از روی هر کدام از آن‌ها می‌توان همبستگی دوجمله‌ای  $\zeta(k,l)$ ] همبستگی بین متغیرهای استاندارد  $Z_t(k)$  و  $Z_t(l)$  نشان دادند که همبستگی اسپیرمن (معادله ۲۰) مناسب‌تر است. در نتیجه، استفاده از ترکیب خطی  $\zeta(k,l)$  به مقادیر باران شبه‌سازی شده‌ای منجر خواهد شد که همبستگی اسپیرمن بین مقادیر باران [یعنی  $\eta^0(k,l)$  که مقدار مشاهده شده‌ای از  $\eta(k,l)$  است] را حفظ می‌کند.

$$\zeta(k,l) = 2 \sin \left[ \pi \frac{\rho(k,l)}{6} \right] \quad (20)$$

متغیرهای نرمال چندمتغیره همبسته از روی متغیرهای نرمال مستقل و از طریق اعمال تبدیل مشابه با بکارگیری معادلات ۱۱ و ۱۲ به دست می‌آیند.

### تأثیر نایستایی زمانی

در این مقاله تأثیر نایستایی زمانی در قالب چگونگی در نظر گرفتن پارامترهای موثر در فرآیند شبه‌سازی بارندگی دیده شده است. برای هر ایستگاه و برای هر ماه بارانی (آبان تا فروردین)، ۴ پارامتر (دو پارامتر برای شبه‌سازی وقوع بارندگی -  $P_{01}$  و  $P_{11}$  احتمال بارانی بودن روزی مشخص اگر روز پیش به ترتیب خشک یا بارانی باشد - و دو پارامتر برای شبه‌سازی مقدار بارندگی -  $\alpha$  و  $\beta$  به عنوان پارامترهای تابع توزیع احتمال گامی دو پارامتری) وجود دارد. برای نشان دادن تأثیر احتمالی نایستایی، دو حالت حدی در نظر گرفته شد. در حالت اول نایستایی در نظر گرفته نشد. برای محاسبه پارامترهای مربوط به

<sup>1</sup> Kruskal

<sup>2</sup> O'Brien and Griffiths

جدول ۱- تغییرات پارامترهای مدل شبیه‌سازی بارندگی روزانه ۶ ایستگاه منتخب استان خراسان برای ماه‌های بارانی. موقعیت نسبی ایستگاه‌ها در شکل ۱ نشان داده شده است.

ایستگاه <sup>+</sup>	پارامتر <sup>++</sup>	ماه					
		آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند	فروردین
تبارک آباد (۱۱۰۰۱)	$\alpha$	۶/۷۲	۹/۸۰	۳۳/۹۴	۲۱/۳۸	۴/۴۳	۵/۱۹
	$\beta$	۰/۹۹	۲/۱۳	۱/۵۶	۱/۸۱	۲/۳۴	۲/۶۶
	$P_{01}$	۰/۰۷	۰/۰۹	۰/۱۰	۰/۱۳	۰/۱۶	۰/۱۷
	$P_{11}$	۰/۱۰	۰/۱۳	۰/۱۰	۰/۱۸	۰/۱۲	۰/۲۷
علی محمد (۱۱۰۰۸)	$\alpha$	۱۰/۸۴	۱۵/۴۷	۲۹/۶۵	۸/۸۵	۱۴/۲۷	۷/۳۲
	$\beta$	۱/۱۹	۱/۷۸	۱/۱۹	۱/۹۵	۱/۵۶	۱/۹۸
	$P_{01}$	۰/۰۷	۰/۱۲	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۱۸	۰/۱۵
	$P_{11}$	۰/۰۸	۰/۱۵	۰/۱۳	۰/۲۱	۰/۱۷	۰/۱۹
گرمخان (۱۱۲۰۴)	$\alpha$	۲/۹۵	۱۹/۴۳	۱۰/۰۰	۴/۵۴	۵/۸۵	۸/۵۲
	$\beta$	۱/۶۰	۱/۸۹	۱/۷۱	۲/۴۸	۲/۵۱	۲/۷۷
	$P_{01}$	۰/۱۵	۰/۱۲	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۱۸	۰/۱۵
	$P_{11}$	۰/۱۶	۰/۱۸	۰/۱۴	۰/۲۵	۰/۲۶	۰/۲۰
صنوبرحیدریه (۴۷۰۷۱)	$\alpha$	۲/۹۲	۴/۴۷	۴/۴۲	۳/۸۳	۴/۴۳	۶/۹۰
	$\beta$	۱/۱۲	۴/۲۶	۳/۷۲	۴/۳۴	۴/۶۰	۳/۵۷
	$P_{01}$	۰/۰۷	۰/۱۱	۰/۱۵	۰/۱۸	۰/۱۷	۰/۱۶
	$P_{11}$	۰/۱۹	۰/۲۳	۰/۲۳	۰/۳۶	۰/۳۵	۰/۴۰
غرقاب قائن (۵۵۰۰۷)	$\alpha$	۲/۴۳	۴/۴۹	۷/۸۹	۴/۲۰	۲/۷۹	۲/۳۵
	$\beta$	۱/۲۴	۲/۴۰	۱/۹۷	۲/۸۶	۲/۷۲	۳/۴۳
	$P_{01}$	۰/۰۶	۰/۰۹	۰/۱۵	۰/۱۶	۰/۱۹	۰/۱۶
	$P_{11}$	۰/۱۷	۰/۲۱	۰/۲۱	۰/۲۸	۰/۳۱	۰/۳۶
پل‌خاتون (۶۴۰۳۹)	$\alpha$	۳/۱۹	۴/۷۷	۲۶/۵۹	۲/۶۳	۲/۷۲	۲/۰۰
	$\beta$	۱/۷۷	۲/۹۳	۳/۶۰	۲/۹۸	۳/۸۵	۴/۳۷
	$P_{01}$	۰/۰۷	۰/۱۲	۰/۱۵	۰/۱۸	۰/۲۱	۰/۱۷
	$P_{11}$	۰/۲۱	۰/۳۵	۰/۳۱	۰/۳۹	۰/۴۷	۰/۴۶

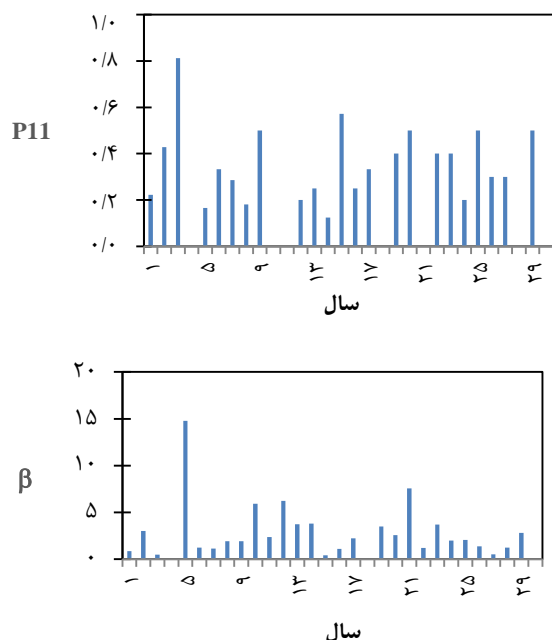
<sup>+</sup> عدد داخل پرانتز (۱)، کد ایستگاه مربوط به سازمان مدیریت منابع آب، عدد داخل کروشه [ ]، ارتفاع ایستگاه برحسب متر و عدد داخل قلاب { }، میانگین بارندگی سالانه برحسب میلی‌متر است.

<sup>++</sup>  $P_{01}$  و  $P_{11}$  احتمال وقوع بارندگی روزی مشخص اگر روز پیش به ترتیب خشک یا بارانی باشد (مربوط به شبیه‌سازی وقوع بارندگی) و  $\alpha$  و  $\beta$  پارامترهای تابع چگالی گامای دوپارامتری برای مقدار باران روزانه (مربوط به شبیه‌سازی مقدار بارندگی) است.

پارامتر  $\beta$  معکوس بود. دامنه برای خراسان بین ۰/۹۹ تا ۴/۳۷ بود ولی حنا و باثونز آن را بین ۶/۷۰ تا ۱۸/۷۳ به دست آوردند. انتظار نمی‌رفت که در حالی که اقلیم هر دو منطقه خشک و نیمه‌خشک است چنین تفاوتی مشاهده شود. یک مشکل ممکن است مربوط به کیفیت داده‌ها باشد. گرچه از وضعیت کیفیت ثبت باران‌های روزانه در نوار غزه اطلاعی در دست نیست ولی دست کم در یک مورد باقری (۱۳۹۰) نشان داد که گرچه رفتار باران‌های ماهانه و سالانه خوب بود ولی همخوانی داده‌های باران روزانه در چند ایستگاه دشت نیشابور رضایت‌بخش نبود. دلیل احتمالی دوم ممکن است مربوط به تفاوت‌هایی در منشاء بارندگی باشد. بارندگی‌های زمستانه در هر دو منطقه

کم‌ترین تفاوت مربوط به پارامترهای مدل وقوع بارندگی بود. احتمال وقوع روزی بارانی به شرط خشک بودن روز پیش ( $P_{01}$ ) در پهنه خراسان بین ۰/۰۶ تا ۰/۲۱ به دست آمد در حالی که این محدوده برای نوار غزه با اندکی تفاوت بین ۰/۰۳ تا ۰/۲۲ است. دامنه احتمال وقوع روزی بارانی به شرط بارانی بودن روز پیش ( $P_{11}$ ) برای خراسان بین ۰/۰۸ تا ۰/۴۷ و برای نوار غزه از آن بیش‌تر و بین ۰/۱۹ تا ۰/۶۱ می‌باشد. جدای از این تفاوت به نسبت کم، پارامترهای مدل شبیه‌سازی مقدار باران بسیار متفاوت بود. در حالی که برای خراسان پارامتر  $\alpha$  بین ۲/۰۰ تا ۳۳/۹۴ بود محدوده متناظر برای نوار غزه به مراتب کم‌تر و تنها بین ۰/۷۶ تا ۱/۲۷ بود. از طرف دیگر رفتار برای

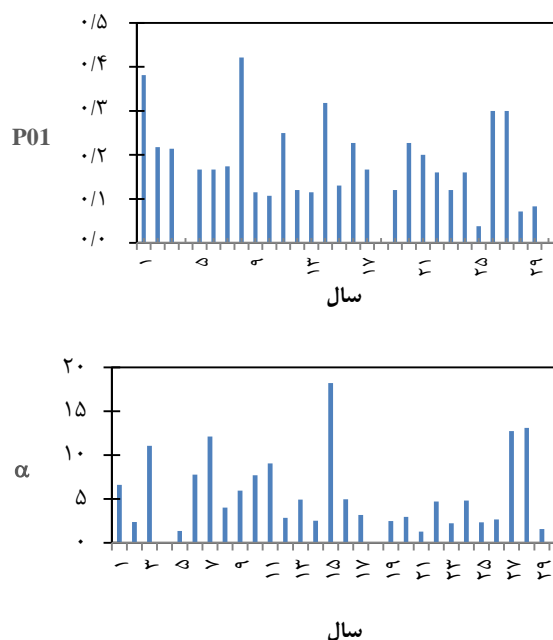
کامل به سال بستگی داشته و در زمان نایستا هستند. پارامترهای گزارش شده برای ایستگاه تبارک آباد و ماه فروردین که با نگرش یکپارچه به دست آمده بود به خوبی بیانگر میانگین پارامترهای نظیر در شکل ۲ می باشد. این امر نشان می دهد که نگرش پیشنهادی حنا و باثوونز صرفاً نگرشی مبتنی بر میانگین زمانی پارامترها بوده و قادر به در نظر گرفتن ماهیت متغیر زمانی آن ها (مثلا شکل ۲) را نمی تواند در مدل سازی در نظر بگیرد. چنین نایستایی زمانی در تمامی ایستگاه ها و در تمامی ماه های بارانی سال وجود داشت (نتایج نشان داده نشد) گرچه درجه نایستایی یکسان نبود. بنابراین اگر در شبهه سازی به چنین موضوعی توجه نشود نتایج به دست آمده قابل استناد نخواهد بود ولو تفاوتها معنی دار نباشد.



ناشی از سامانه مدیترانه ای است ولی این سامانه با حرکت به سمت شرق از قدرت آن کاسته می شود. در نتیجه نه تنها مقدار باران سالانه به طور کلی در خراسان (حدود ۲۰۰ میلی متر) از نوار غزه (حدود ۳۵۰ میلی متر) کم تر است بلکه با کم شدن مقدار باران ضریب تغییرات آن نیز افزایش می یابد که موجب تغییر در پارامترهای مدل مقدار بارندگی می شود.

### بررسی تغییرات سالانه پارامترها

شکل ۲ روند زمانی پارامترهای مدل شبهه سازی بارندگی روزانه ماه فروردین برای یک ایستگاه نمونه (تبارک آباد) را در طول ۳۰ سال آماری نشان می دهد. مشخص است که تمامی ۴ پارامتر مدل شبهه سازی بارندگی (هم مدل وقوع بارندگی و هم مدل مقدار بارندگی) به طور



شکل ۲- روند زمانی پارامترهای مدل شبهه سازی بارندگی روزانه ماه فروردین برای یک ایستگاه نمونه (تبارک آباد) در طول ۳۰ سال (از ۱ تا ۳۰ بر روی محور افقی): P<sub>01</sub> (بالا سمت راست)، P<sub>11</sub> (بالا سمت چپ)، α (پایین سمت راست) و β (پایین سمت چپ)

با آن چه در واقعیت وجود دارد، تمامی شش ماه بارانی و تمامی ایستگاه ها به صورت یک پارچه دیده شده و تمایز احتمالی بین تفاوت در نتایج بین ماه های سال و بین موقعیت مشخص ایستگاه ها نادیده گرفته شده است. آماره آزمون به خوبی نشان می دهد که در نظر گرفتن نایستایی زمانی موجب تقویت شبهه سازی ها شده است. این نتیجه در راستای شکل ۲ بوده و مجدداً تأیید می کند که نگرش به کار رفته توسط حنا و باثوونز (۲۰۱۱) نمی تواند درست باشد.

تأثیر نایستایی زمانی پارامترها بر شبهه سازی بارندگی گرچه به طور منطقی نمی توان پارامترهایی را که ماهیت نایستا دارند را به طور ایستا برآورد کرد و از آن ها در مدل شبهه سازی استوکاستیکی باران استفاده نمود ولی در اینجا تفاوت نتایج به طور مقایسه ای ارائه گردید. جدول ۲ مقایسه ای را بین کارایی دو حالت حدی (بدون در نظر گرفتن نایستایی زمانی و با در نظر گرفتن آن، به ترتیب سناریوهای ۱ و ۲) نشان می دهد. در محاسبه ریشه میانگین مربعات خطا به عنوان معیاری برای خطای شبهه سازی ها



اقلیم های دیگر و با شرایط آب و هوایی متفاوت تکرار شود.

### منابع

امینی، ا.، قهرمان، ب.، داوری، ک.، موسوی بایگی، م. ۱۳۹۰. ترمیم بارش روزانه در منطقه خراسان بزرگ به روش دو جزئی. نشریه آب و خاک، ۲۵(۵): ۱۱۴۷-۱۱۵۷.

باقری، ع. ر. ۱۳۹۰. بررسی روابط بارش، رواناب در حوضه آبریز نیشابور. پایان نامه کارشناسی ارشد آبیاری-زهکشی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد.

قهرمان، ب.، امینی، ا. ۱۳۹۴. تغییرات پله‌ای غیرنظاممند در پارامترهای مربوط به شبیه‌سازی استوکاستیکی بارش روزانه چند ایستگاهی. نشریه تحقیقات منابع آب ایران، ۱۱(۲): ۴۷-۵۶.

- Bras, R., Rodriguez-Iturbe, I. 1976. Rainfall generation: a nonstationary time varying multi-dimensional model. *Water Resour. Res.*, 12: 450-456.
- Brissette, F. P., Khalili, M., , Leconte, R. 2007. Efficient stochastic generation of multi-site synthetic precipitation data. *J. Hydrol.*, 345: 121-133.
- Fackler, P. L. 1991. Modeling Interdependence: an Approach to Simulation and Elicitation. *Am. J. Agric. Econ.*, 73: 1091-1097.
- Fackler, P. L. 1999. Generating correlated multidimensional variates. available at <http://www4.ncsu.edu/pfackle>.
- Fryzlewicz, P., Van Belleghem, S., Von Sachs, R. 2003. Forecasting non-stationary time series by wavelet process modelling. *Ann. Inst. Stat. Math.*, 55: 737-764.
- Hughes, J.P., Guttorp, P., Charles, S. 1999. A nonhomogeneous hidden Markov model for precipitation occurrence. *J. R. Stat. Soc (Series C): Appl. Stat.*, 48: 15-30.
- Katz, R. W. 1977. Precipitation as a chain-dependent process. *J. Appl. Meteorol.*, 16: 671-676.
- Katz, R. W., Parlange, M. B. 1998. Overdispersion phenomenon in stochastic modeling of precipitation. *J. Clim.*, 11:591-601.
- Kruskal, W. 1958. Ordinal measures of association. *J. Am. Stat. Assoc.*, 53: 814-61.
- Liu, J., Williams, J. R., Wang, X., Yang, H. 2009. Using MODAWEC to generate daily weather data for the EPIC model. *Environ. Model. Softw.*, 24: 655-664.
- Mhanna, M., Bauwens, W. 2011. A stochastic space-time model for the generation of daily

جدول ۲- بررسی ریشه‌ی میانگین مربعات خطا برای چند پارامتر سنجش مدل‌های شبیه‌سازی بارندگی (وقوع و مقدار) بدون در نظر گرفتن (سناریو ۱) و با آن (سناریو ۲) برای تمامی ماه‌های بارانی و تمامی ایستگاه‌ها

پارامترهای سنجش مدل‌ها	سناریو	RMSE
میانگین سالانه تعداد روزهای بارانی	۱	۰/۶۷
	۲	۰/۵
میانگین ماهانه تعداد روزهای بارانی	۱	۱/۱۴
	۲	۰/۹۱
میانگین ماهانه بارندگی (م.م.)	۱	۱۰/۹۳
	۲	۱۰/۶
میانگین سالانه بارندگی (م.م.)	۱	۷/۴۱
	۲	۷/۱۱
میانگین روزانه بارندگی در روزهای بارانی (م.م.)	۱	۱/۲۸
	۲	۱/۲۱

### نتیجه‌گیری

شبیه‌سازی استوکاستیکی باران روزانه در بسیاری از مدل‌ها (برای مثال هیدرولوژی، هواشناسی و تولید محصول) کاربرد دارد. بیشتر مدل‌های شبیه‌سازی استوکاستیکی تک‌ایستگاهی بوده و مدل‌های اندکی ساختار همبستگی بارندگی (وقوع و مقدار) را به صورت چندایستگاهی در نظر می‌گیرند. با این حال در مدل‌های موجود توجهی به احتمال نایستایی پارامترهای دخیل نمی‌شود. با توجه به ۳۶ ایستگاه در گستره سه استان خراسان شمالی، رضوی و جنوبی نشان داده شد که هر ۴ پارامتر مدل‌های شبیه‌سازی (دو پارامتر احتمال بارانی بودن به شرط خشک بودن روز پیش و احتمال بارانی بودن به شرط بارانی بودن روز پیش در مدل وقوع بارندگی و دو پارامتر شکل و مقیاس در مدل مقدار بارندگی توسط تابع چگالی گاما) در زمان نایستا هستند. احتمال وقوع روزی بارانی به شرط خشک بودن روز پیش بین ۰/۰۶ تا ۰/۲۱ و دامنه احتمال وقوع روزی بارانی به شرط بارانی بودن روز پیش بین ۰/۰۸ تا ۰/۴۷ به دست آمد. دو پارامتر مدل شبیه‌سازی (به ترتیب  $\alpha$  و  $\beta$  به ترتیب بین ۲/۰۰ تا ۳۳/۹۴ و بین ۰/۹۹ تا ۴/۳۷ به دست آمد. به طور کلی در نظر گرفتن نایستایی موجب افزایش دقت فرآیند شبیه‌سازی گردید. با این حال ممکن است برخی از پارامترها در چندین سال تفاوت معنی‌داری با هم نداشته باشد. این مطالعه جامع نبوده و پیشنهاد می‌شود برای

- Cooperative Research Centre for Catchment Hydrology, Technical Report: 05/7.
- Srikanthan, R., Pegram, G. G. S. 2009. A nested multisite daily rainfall stochastic generation model. *J. Hydrol.*, 371: 142–153.
- Thom, H. C. S. 1958. A note on the gamma distribution. *Mon. Weather Rev.*, 86: 117–122.
- Thompson, C. S., Thomson, P. J., Zheng, X. 2007. Fitting a multisite daily rainfall model to New Zealand data. *J. Hydrol.*, 340: 25–39.
- Wilks, D. S. 1998. Multisite generalization of a daily stochastic precipitation generation model. *J. Hydrol.*, 210: 178–191.
- Wilks D. S. 1999. Simultaneous stochastic simulation of daily precipitation, temperature and solar radiation at multiple sites in complex terrain. *Agric. For. Meteorol.*, 96: 85–101.
- Wilks, D. S., Wilby, R. L. 1999. The weather generation game: a review of stochastic weather models. *Prog. Phys. Geogr.*, 23: 329–357.
- Zheng, X., Katz, R. W. 2008. Simulation of spatial dependence in daily rainfall using multisite generators. *Water Resour., Res.*, 44: W09403.
- rainfall in the Gaza Strip. *Int. J. Climatol.*, 32:1098-1112.
- Nelson, C. R. Plosser, C. I. 1982. Trends and random walks in macroeconomic time series; Some evience of implications. *J. Monetary Econ.*, 10, 139-162.
- O'Brien, J. J., Griffiths, J. F. 1965. The Rank Correlation Coefficient as an Indicator of the Product-Moment Correlation Coefficient for Small Samples (10–100). *J. Geophys. Res.*, 70:1995–1998.
- Qian, B., Corte-Real, J., Xu, H. 2002. Multisite stochastic weather models for impact studies. *Int. J. Climat.*, 22:1377–1397.
- Rao A. R., Hamed K. H., Chen H. L. 2003. Nonstationarities in Hydrologic and Environmental Time Series. *Water Science and Technology Library, Volume 45, Springer Science Business Media, B.V.*, 362P.
- Richardson, C. W. 1981. Stochastic simulation of daily precipitation, temperature, and solar radiation. *Water Resour. Res.*, 17:182–190.
- Rousson, V. 2007. The gamma coefficient revisited. *Stat. Probabil. Lett.*, 77: 1696–1704.
- Schwarz, G. 1978. Estimating the dimension of a model. *Ann. Stat.*, 6: 461–464.
- Srikanthan, R. 2005. Stochastic Generation of Daily Rainfall Data at a Number of Sites.

## A stochastic multi-station model for daily rainfall generation in North-East of Iran: Effect of time non-stationarity

B. Ghahraman<sup>1\*</sup>, E. Amini<sup>2</sup>

Received: 21/11/2015

Accepted: 10/04/2017

### Abstract

For many models (e.g. hydrological, meteorological, crop yield) stochastic daily rainfall generation is required. Most of the stochastic models are single-site, while there are rather few ones that deal with the rainfall correlation structure (occurrence and amount) as a multi-site approach. A plausible shortcoming of these models, however, is due to not considering the possible time-non-stationarity. A total of 36 raingauges stations in North, Razavi and South Khorasan provinces, northeast of Iran with 30 years of record were considered in this study. A stochastic rainfall simulation model for 6 rainy months of November to May was adopted, in which, first order Markov approach for rainfall occurrence and Gamma probability density function for rainfall amount were involved. Model parameters (rainfall probability conditioned to rainy and dry for previous day for rainfall occurrence and two parameters of Gamma distribution) were found to be dependent on the month of the year and geographical location; yet, no significant relations were found to describe them. It was showed that all parameters were non-stationary in time, such that considering this behavior, increased the accuracy of simulations.

**Keywords:** Arid and semi-arid climates, Gamma probability density function, Transition matrix, Iran, Rainfall



<sup>1</sup> Professor, Water Engineering Department, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

(\*Corresponding Author's Email Address: [bijangh@um.ac.ir](mailto:bijangh@um.ac.ir))

<sup>2</sup> Former Graduate Student of Irrigation and Drainage, Water Engineering Department, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran