

ریزمقیاس نمایی زمانی دمای هوای استفاده از فرکتال و رگرسیون تناوبی در دو اقلیم خشک و نیمه خشک

شیما تاج آبادی^۱، بیژن قهرمان^{۲*}، علی نقی ضیائی^۳

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۹/۰۵

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۵/۰۱

چکیده

دمای هوای یکی از مهم‌ترین متغیرها در مطالعات زیست محیطی، کشاورزی و منابع آب است که همواره در ریزمقیاس‌های زمانی و مکانی مورد نظر در اختیار نمی‌باشد. استفاده از توابع درون‌بایی متدالو مانند فرکتال و رگرسیون می‌توانند نتایج مطلوبی را در این زمینه تولید نماید. در این تحقیق برای مدل‌سازی دمای سه سال ۲۰۰۷-۲۰۰۹ ایستگاه سینوپتیک مشهد و سه سال ۱۹۸۲-۱۹۸۰ ایستگاه سینوپتیک کرمان از ابزار توابع درون‌بایی فرکتال و رگرسیون تناوبی استفاده شده است. در ابتدا به مدل‌سازی داده‌های دمای روزانه، تولید دمای روزانه با فاصله درون‌بایی ۵ و ۱۰ روز، ریزمقیاس‌سازی سه ساعته دما از داده‌های روزانه و مدل‌سازی داده‌های مفقود شده پرداخته شد. به طور کلی نتایج در هر دو اقلیم روند مشابهی را نشان دادند، به طوری که در هر دو اقلیم نتایج مربوط به مدل‌سازی با فواصل زمانی ۵ روز از مدل‌سازی با فواصل ۱۰ روز قبول تر بود و آزمون‌های آماری، مقادیر آماره ضریب تبیین را به ترتیب برای مشهد و کرمان بین ۰/۹۸-۰/۷۷ و ۰/۸۲-۰/۹۸ و ریشه میانگین مربعات خطأ را بین ۱/۵۲-۱/۵۲ و ۵/۸۱-۱/۱۹ درجه سانتی‌گراد نشان دادند. همچنین عرض از مبدأها و شبیه‌های خطوط در مقایسه طبیقی بین نقاط مدل‌سازی و اندازه‌گیری شده در سطح ۵٪ تفاوت معنی‌داری به ترتیب با صفر و یک نداشتند که حاکی از مدل‌سازی قابل قبول می‌باشد. به طور کلی در ریزمقیاس‌سازی فرکتال با کمی اختلاف بهتر از رگرسیون تناوبی عمل کرده است.

واژه‌های کلیدی: داده مفقود، درون‌بایی، سری فوريه، مدل‌سازی

تصادفی و پویا شناخته می‌شوند (پرادهم و رید^۴، ۱۹۹۸). به این ترتیب برای دستیابی به اطلاعات ریزمقیاس در زمان و مکان و به منظور اعمال مدیریت بهینه در حوضه آبریز، ریزمقیاس نمایی^۵ زمانی و مکانی خصوصیات هیدرولوژیک حوضه (مثلًاً مؤلفه‌های مؤثر در معادله بیلان آب برای مدیریت جامع منابع آب) ضروری است (پاتیرانا^۶، ۲۰۰۱). روش‌هایی از قبیل توابع فرکتالی، رگرسیون یک و چندگانه و نیز تابع اسپیلان امکان انجام ریزمقیاس نمایی را ممکن ساخته‌اند. برای مثال اگر در محاسبه تابع هندسی، بعد زمان به عنوان متغیر مستقل درنظر گرفته شود، این تابع مقدار کمیت مورد نظر را در مقیاس‌های زمانی کوچک‌تر از مقیاس داده‌ها، برآورد می‌کند. اصطلاحاً به این تابع، تابع درون‌بایاب گفته می‌شود چون می‌توان با

مقدمه

شناسایی رفتار یک پدیده سودمند است زیرا امکان بردن‌بایی، درون‌بایی (مثلًاً ریزمقیاس نمایی) و پر کردن داده‌های مفقود را فراهم کرده و می‌تواند منجر به کاهش نمونه‌برداری در مقیاس زمان و مکان شود. دستیابی به اطلاعات صحیح در مقیاس حوضه آبریز منوط به وجود ایستگاه‌های اندازه‌گیری کافی با پراکنش مکانی مناسب است که عموماً در عمل چنین شرایطی فراهم نمی‌باشد. متغیرهای هیدرولوژیکی در سطح حوضه آبریز، از تغییرات زمانی و مکانی برخوردار بوده و به عنوان متغیرهای

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

^۲ استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد
(*) نویسنده مسئول: bijangh@um.ac.ir

^۳ استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

⁴ Prudhomme and Reed

⁵ Disaggregation

⁶ Pathirana

مدل فرکتالی خودمتشابه قطعه‌ای برای تعیین نقاط درون‌یابی و سپس محاسبه سیستم توابع تکرار استفاده شده است. استریهال^۶ (۱۹۹۱) هندسه فرکتالی را برای آنالیز داده‌های تلاطم به کار برد. در این مقاله برای محاسبه فاکتور مقیاس عمودی در توابع درون‌یاب فرکتال، روشی جدید ارائه گردیده است. با مقایسه نتایج خروجی از این مدل با داده‌های اندازه‌گیری شده، می‌توان گفت روشی که در این مقاله برای محاسبه فاکتور مقیاس عمودی ارائه شده، روش مناسبی است و با استفاده از آن می‌توان به تولید سیستم توابع تکرار مناسب برای مدل‌سازی داده‌های تلاطم پرداخت. لی و لی^۷ (۲۰۰۸) از توابع درون‌یاب فرکتال برای مدل‌سازی داده‌های زمین لرزه‌شناسی استفاده نمودند. در این تحقیق برای مدل‌سازی داده‌های زمین لرزه‌شناسی از روش‌های درون‌یابی دیگری مانند معادلات موج نیز استفاده شده است. با مقایسه نتایج خروجی از این دو روش مشاهده می‌شود که نمودار داده‌های مدل‌سازی شده با روش توابع درون‌یابی فرکتال نسبت به نمودار داده‌های مدل‌سازی شده با روش معادلات موج، به نمودار داده‌های اندازه‌گیری شده بسیار نزدیک‌تر است. فیسچر و پیترسن^۸ (۲۰۱۴) روشی را به کمک رگرسیون برای بررسی همزمان غیرخطی و عدم تقارن موقتی روند، توسعه داده‌اند. آن‌ها ابتدا، اجزای روند غیرخطی از سری زمانی متغیر را توسط تطبیق روش کاهاش بعد ناپلارامتری استخراج کرده و سپس، اجزای روند غیرخطی، که میانگین دوره‌ای جزئی و تغییرات دوره‌ای در دامنه روند غیرخطی آن با استفاده از توابع همساز دوره‌ای فصلی و روزانه مدل شده، را در مدل رگرسیون جایگزین کردند. سپس الگوهای روند در ناهنجاری‌های مثبت و منفی با گسترش مدل روند غیرخطی با استفاده از متغیرهای شاخص مورد بررسی قرار گرفته، آزمون استنباطی غیرمحلى برای آزمون معناداری آماری از الگوهای روند را توسعه دادند. نامبردگان مدل روند غیرخطی را به یک سری زمانی شبیه‌سازی شده و همچنین به یک دوره بلندمدت درجه حرارت با وضوح بالا از پنج سایت نیم‌کره اعمال کرده و بیان نمودند که این روش به طورکلی برای شناسایی اثر

استفاده از آن، مقدار کمیت مورد مطالعه را در فاصله هر دو داده متوالی (در بعد زمان یا مکان) در مجموعه داده‌های یک کمیت برآورد کرد. این توابع علاوه بر درون‌یابی مقادیر در مجموعه داده‌های کمیت مورد نظر، قادر به پیش‌بینی کمیت و به عبارت دیگر برونویابی در مجموعه داده‌های کمیت مورد نظر نیز می‌باشد. رگرسیون تناوبی به عنوان نمونه‌ای خاص از رگرسیون چندگانه و فرکتال روش‌هایی هستند که امکان ریزمقیاس‌نمایی را ممکن می‌سازند. بسیاری از سری‌های بیولوژیکی و کشاورزی توسط تغییرات فصلی مشخص می‌شوند. پدیده‌های تناوبی در درجه اول نه تنها به داده‌های بیولوژیکی، بلکه به داده‌های غیر بیولوژیکی نیز نزدیک هستند. پدیده‌های تناوبی یا حلقوی مشخصه بسیاری از انواع مختلف داده‌ها بوده، که می‌توانند هم‌زمان با تغییرات روزانه، قمری یا سالانه تغییر کنند (بلیس^۱، ۱۹۷۰). بسیاری از داده‌های کشاورزی تمایل به نوسان در فواصل زمانی منظم داشته (لیتل و هیلز^۲، ۱۹۷۸) و پارامترهای هواشناسی مانند دمای هوا نیز دامنه نوساناتشان در مقیاس‌های مختلف، متفاوت می‌باشد. هندسه فرکتالی^۳ شاخه‌ای از ریاضیات است که در میدان‌های گسسته و متناوب کاربردهای فراوانی داشته و در سال‌های اخیر برای تولید داده‌هایی که مقیاس آن‌ها متفاوت با مقیاس داده‌های اندازه‌گیری شده باشد، مورد استفاده قرار گرفته است (پوانته^۴، ۱۹۹۵، پاتیرانا، ۲۰۰۱). هولدر^۵ (۱۹۸۵) با یادآوری به اینکه در بیش‌تر پدیده‌های هیدرولوژیکی و هواشناسی دوره تناوب مشاهده می‌شود، استفاده از روش رگرسیون تناوبی را روش مطلوبی برای برآش بر داده‌ها می‌داند که بتوان به کمک آن سری زمانی کمیت‌های هیدرولوژیکی و هواشناسی را مدل‌سازی کرد. میزل و هیلز^۶ (۱۹۹۲) با استفاده از توابع درون‌یاب فرکتال به مدل‌سازی داده‌های نقطه‌ای نوسانات سطح زمین و همچنین سری‌های زمانی کمیت‌های مختلفی مانند الکتروکاردیوگرام، لوگ چاه و نوسانات صوت پرداخته و دو مدل نیز برای تولید سیستم توابع فرکتالی ارائه نمودند. همچنین از دو مدل فرکتالی خودمتشابه و

¹ Bliss² Little and Hills³ Puente⁴ Holder⁵ Mazel and Hayes⁶ Strahle⁷ Li and Li⁸ Fischer and Paterson

در سال‌های ۲۰۰۴-۲۰۰۹ و سال‌های ۱۹۸۲-۱۹۸۰ میلادی ایستگاه سینوپتیک کرمان به صورت روزانه و سه ساعته استفاده شده است. داده‌های دمای ساعت ۱۵ به عنوان داده ورودی به مدل انتخاب شد. شهر مشهد در شمال شرق ایران و در طول جغرافیایی ۵۹ درجه و ۱۵ دقیقه تا ۶۰ درجه و ۳۶ دقیقه و عرض جغرافیایی ۳۵ درجه و ۴۳ دقیقه تا ۳۷ درجه و ۸ دقیقه قرار دارد. ارتفاع مشهد از سطح دریا ۹۸۵ متر است و میانگین دمای سالانه آن ۱۵/۷ درجه سانتی‌گراد می‌باشد (ویکی‌پدیا، ۲۰۱۴). شهر کرمان در جنوب شرقی فلات مرکزی و بین ۵۳ درجه و ۲۶ دقیقه تا ۵۹ درجه و ۲۹ دقیقه طول شرقی و ۲۵ درجه و ۵۵ دقیقه تا ۳۲ درجه عرض شمالی قرار دارد. ارتفاع شهر کرمان از سطح دریا ۱۷۵۶ متر و میانگین دمای سالانه آن ۱۵/۸ درجه سانتی‌گراد می‌باشد (ویکی‌پدیا، ۲۰۱۴).

روش‌ها

۱- فرکتال

با توجه به کاربرد گسترده توابع درون‌یاب فرکتال در مدل‌سازی سری‌های زمانی مختلف، در این تحقیق نیز از توابع درون‌یاب فرکتال برای مدل‌سازی داده‌های دمای روزانه سال‌های میلادی مذکور استفاده می‌شود. در فرآیند مدل‌سازی سری زمانی داده‌های دما روزانه از مدل فرکتالی خودمتشابه برای تولید سیستم توابع تکرار استفاده می‌شود. در این مدل فرض می‌شود که تغییرات در هر زیر مجموعه‌ای از مجموعه داده‌های یک کمیت از تغییرات در کل مجموعه داده‌های کمیت مورد مطالعه پیروی می‌کنند. بنابراین برای تعیین فاکتور مقیاس عمودی (d) در توابع درون‌یاب فرکتال (توابع نسبی برشی) و در نتیجه تعیین نقاط بهینه درون‌یابی به منظور مدل‌سازی مجموعه داده‌های کمیت مورد مطالعه، از تمامی نقاط در مجموعه داده‌ها استفاده می‌گردد. بهین ترتیب نقاط درون‌یابی تعیین شده و فاکتور مقیاس عمودی در توابع درون‌یاب فرکتال محاسبه می‌شوند و در نتیجه سیستم توابع تکرار برای مدل‌سازی کمیت مورد مطالعه تولید می‌گردد. هر تابع درون‌یاب به طور مجزا بر روی تمامی نقاط در مجموعه داده‌های کمیت مورد مطالعه اعمال شده و تمام نقاط این مجموعه را به فاصله میان دو نقطه درون‌یابی متناظر با هر تابع درون‌یاب انتقال

هر دو عامل مربوط به آب و هوا و عوامل مشاهده‌ای مرتبط با سایت در روند فصلی و روزانه در سری داده‌های هواشناسی مفید می‌باشد. کلماین و همکاران^۱ (۲۰۰۱) تحقیقی را با هدف مقایسه دو روش اساساً متفاوت شبکه عصبی و رگرسیون دوره‌ای، بر روی سری زمانی ساعتی NO₂ و متغیرهای عمومی هواشناسی انجام داده‌اند. مقادیر پیش‌بینی شده به سه روش ۱. رگرسیون تناوبی، ۲. شبکه عصبی پس از حذف اجزای دوره‌ای و ۳. شبکه عصبی با داده‌های اصلی بدون حذف اجزای دوره‌ای، برآورد شده‌اند. نتایج نشان داد که بهترین برآورد پیش‌بینی را می‌توان به طور مستقیم با استفاده از شبکه پرسپترون چند لایه با داده‌های اصلی به دست آورد، که ترکیبی از روش رگرسیون تناوبی و الگوریتم‌های عصبی می‌باشد. لیتل و هیلز (۱۹۷۸)، رگرسیون تناوبی را برای بسیاری از داده‌های کشاورزی بررسی نموده و مختصراً از طرح و روش کلی استفاده از رگرسیون تناوبی را برای داده‌های کشاورزی بیان نموده‌اند. موارد بیان شده به خوبی نشان می‌دهد که هر دو شیوه رگرسیون تناوبی و فرکتال برای طیف وسیعی از شرایط قابل اعمال است. با این حال درجه حرارت به عنوان یکی از عوامل مهم آب و هوایی که رفتار تناوبی تقریباً منظمی دارد مورد توجه پژوهشگران بوده و بررسی رفتار آن در مقیاس‌های مختلف زمانی دارای اهمیت است. بررسی منابع نشان می‌دهد که از روش‌های درون‌یابی برای این منظور استفاده نشده است. با توجه به نیاز به ریزمقیاس‌نمایی پارامترها، از جمله درجه حرارت، در این تحقیق به منظور مقایسه و تعیین روش مناسب از دو ابزار فرکتال و رگرسیون تناوبی برای مدل‌سازی و سپس ریزمقیاس کردن سری زمانی داده‌های دمای روزانه و تولید سری زمانی داده‌های دما با مقیاس زمانی کوچک‌تر از مقیاس روزانه استفاده گردیده است. این مقیاس‌های کوچک‌تر برای مواردی همچون تبخیر- تعرق با اهمیت است.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه

به منظور بررسی رفتار دو مدل رگرسیون تناوبی و فرکتال بر اقلیم‌های مختلف و سال‌های متفاوت در این پژوهش از داده‌های دمای هوای ایستگاه سینوپتیک مشهد

^۱ Kolehmainen et al.

منحنی فوريه شناخته شده و برای هر نوع از اطلاعاتی که تمایل به نوسان در فواصل منظم دارند، مفید است. بسیاری چند از متون آماری در مورد این نوع از داده‌ها بحث نموده‌اند (مارکو و نیکولیک، ۱۹۸۲) ^۱. مقادیر متغیر y که در فواصل زمانی یکسان اندازه‌گیری و به صورت زوج مرتب (y_1, y_2, \dots, y_n) که $t_i = a + ib$ است، نشان داده شده و گام زمانی به صورت $n, 1, 2, \dots$ و مقیاس زمانی نیز به صورت $T_i = (t_i - a)/b$ می‌باشد. برای استفاده از مقیاس زمانی و مدلی با n دوره خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} y_i &= \alpha + \beta \cos\left(\frac{2\pi T_i}{n}\right) + \gamma \sin\left(\frac{2\pi T_i}{n}\right) \\ e_i &= \alpha + \beta \cos\left(\frac{2\pi i}{n}\right) + \gamma \sin\left(\frac{2\pi i}{n}\right) + e_i \end{aligned} \quad (2)$$

به عبارت دیگر، اگر در زمان‌های آتی مثل $T_i = n+1, n+2, \dots, n+k$ مقادیری داشته باشیم مقدار مدل y برای $T_i = n+k, 2n+k, \dots$ جز برای ترم‌های خطأ می‌باشد.

$$\begin{aligned} y_i &= \sum_{r=1}^s \left[\beta_r \cos\left(\frac{2\pi r}{n} i\right) + \gamma_r \sin\left(\frac{2\pi r}{n} i\right) \right] \\ e_i &+ a \end{aligned} \quad (3)$$

در معادله (3)، $r=1$ جمله‌هایی با دوره n و $r=2$ جمله‌هایی با دوره $n/2$ و در نهایت $r=s$ ، جمله‌هایی با دوره n/s را نشان می‌دهد. پدیده‌هایی با دوره 2 یا کمتر، را نمی‌توان در داده‌ها تشخیص داد. بیشترین مقدار s چنانچه n فرد باشد برابر $(n-1)^{\frac{1}{2}}$ و چنانچه n زوج باشد برابر $(2n-1)^{\frac{1}{2}}$ است. مدل رگرسیون تناوبی استفاده شده به صورت معادله‌های ۴ تا ۷ می‌باشد.

$$\hat{\alpha} = \bar{y} \quad (4)$$

$$\hat{\beta}_r = \left(\sum_{i=r}^n y_i \cos\left(\frac{2\pi r}{n} i\right) \right) / \left(\sum_{i=r}^n \left(\cos\left(\frac{2\pi r}{n} i\right) \right)^2 \right) =$$

$$\frac{2}{n} \sum_{i=r}^n y_i \cos\left(\frac{2\pi r}{n} i\right)$$

$$\hat{\gamma}_r = \left(\sum_{i=r}^n y_i \sin\left(\frac{2\pi r}{n} i\right) \right) / \left(\sum_{i=r}^n \left(\sin\left(\frac{2\pi r}{n} i\right) \right)^2 \right) =$$

$$= \frac{2}{n} \sum_{i=r}^n y_i \sin\left(\frac{2\pi r}{n} i\right)$$

$$y_i = \hat{\alpha} + \sum_{r=1}^s \left[\hat{\beta}_r \cos\left(\frac{2\pi r}{n} i\right) + \hat{\gamma}_r \sin\left(\frac{2\pi r}{n} i\right) \right] + e_i \quad (7)$$

می‌دهد. به این ترتیب مدل‌سازی مجموعه داده‌های کمیت مورد مطالعه انجام می‌پذیرد. برای محاسبه فاکتور مقیاس عمودی، از روش ارائه شده توسط مروستی و استریهال و از تابع درون‌یابی نسبی برشی استفاده شده و نقاط درون‌یابی نیز با استفاده از الگوریتم ارائه شده توسط میزل و هیز تعیین می‌گردد.

۲- فاکتور مقیاس عمودی

در روش مروستی و استریهال، اولین و آخرین داده در مجموعه داده‌های یک کمیت به عنوان اولین و آخرین نقطه درون‌یابی در نظر گرفته می‌شوند. این دو نقطه با خطی مستقیم به یکدیگر متصل شده و فاصله تمامی نقاط در مجموعه داده‌ها از این خط محاسبه می‌گردد. بیشترین فاصله نقاط تا خط معادل μ درنظر گرفته می‌شود. سپس در فاصله هر دو نقطه درون‌یابی متوالی نیز، دو نقطه درون‌یابی با خطی مستقیم به یکدیگر متصل شده و فاصله سایر نقاط در این فاصله از خط واصل دو نقطه درون‌یابی محاسبه می‌گردد و نقطه‌ای که بیشترین فاصله را از خط واصل دو نقطه درون‌یابی دارد تعیین گردیده و فاصله آن معادل ۹ می‌باشد. از تقسیم ۹ بر μ ، فاکتور مقیاس عمودی در تابع درون‌یاب محاسبه می‌شود.

۳- تعیین تابع درون‌یابی

تابع نسبی W در فضای دو بعدی به صورت معادله (۱) تعریف می‌شود. در این معادله W تابع نسبی، (x, y) مختصات هر نقطه از فضای دو بعدی و ضرایب a, b, c, d, e, f پارامترهای تابع و اعداد حقیقی می‌باشند. پارامتر d را فاکتور مقیاس عمودی تابع می‌نامند. تابع نسبی برشی در واقع همان تابع نسبی است با این تفاوت که مقدار پارامتر b در این تابع معادل صفر در نظر گرفته می‌شود. در توابع نسبی برشی، پارامتر d (فاکتور مقیاس عمودی) به عنوان پارامتر آزاد برای تابع تعریف می‌شود (برنسلی^۲، ۱۹۸۸).

$$W(x, y) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = AX + t \quad (1)$$

۴- رگرسیون تناوبی

نوع تناوبی رگرسیون، منحنی است که به برخی از متغیرهای وابسته به زمان مرتبط بوده و در فواصل زمانی ثابت تکرار می‌شود. این منحنی در متون ریاضی به عنوان

² Marko and Nikolic

¹ Barnsley

داشت که بتوان با توابع درون‌یاب فرکتال این رفتار را مدل‌سازی نمود. در این شکل رفتار تناوبی با دوره تناوب سالانه (۳۶۵ روز) به خوبی مشاهده می‌شود. همچنین می‌توان از روش رگرسیون تناوبی برای مدل‌سازی سری زمانی داده‌های دما استفاده کرد. لذا، طول دوره تناوب معادل ۳۶۵ روز و $s = 181$ درنظر گرفته شد. به این ترتیب معادله رگرسیونی میان ماتریسی از پارامترهای مستقل ($\alpha, \beta_r, \gamma_r$) و مقادیر اندازه‌گیری شده دمای روزانه (y_i) تولید گردید.

۱- مدل‌سازی روزانه از داده‌هایی با فواصل پنج یا ۵ روز

در این بخش به این مفهوم پرداخته می‌شود که اگر داده‌های دما به صورت ۵ (یا ۱۰) روزه در دسترس باشد دقت رگرسیون تناوبی چگونه خواهد بود. به بیان دیگر داده‌های ۵ (یا ۱۰) روزه به گام یک روزه ریزمقیاس‌نمایی زمانی گردید. مدل برای ایستگاه سینوپتیک مشهد و کرمان استفاده شد. همچنین برای مدل فراکتال هم دو بازه درون‌یابی ۵ (یا ۱۰) انتخاب شدند. به ازای فواصل زمانی ۵ (یا ۱۰) روز مدل‌ها اجرا شد و از روی مقادیر ۵ (یا ۱۰) روزه، مقادیر روزانه دما مدل‌سازی گردید. به دلیل جلوگیری از تکرار، شکل‌های مربوط به ایستگاه سینوپتیک مشهد گزارش می‌شوند اما نتایج عددی هر دو ایستگاه در جداول ذکر شده‌اند. شکل‌های ۲ و ۳ به ترتیب مقادیر مدل‌سازی شده و اندازه‌گیری شده توسط رگرسیون تناوبی و فراکتال برای فاصله درون‌یابی ۵ و ۱۰ روزه ایستگاه سینوپتیک مشهد را نشان می‌دهد. بر مبنای شکل، دماهای مدل‌سازی شده به خوبی رفتار دماهای اندازه‌گیری شده را تقلید کرده‌اند و پراکنش نقاط اندازه‌گیری شده در حول خط ممتد (دماهای مدل شده) زیاد نمی‌باشد. در مقایسه‌های تطبیقی، نقاط تقریباً بر روی نیمساز ربع اول واقع شده‌اند که نالایی برآورد را نشان می‌دهد. معیارهای آماری برای سنجش دقت مدل‌سازی در جدول ۱ و هر دو مدل رگرسیون تناوبی و فرکتال آورده شده است. دقت مدل‌سازی برای هر دو روش مناسب بوده ولی دقت روش فرکتال به طور محسوس بر روش رگرسیون تناوبی برتری دارد.

که در آن‌ها، n شمارنده زمان، y مقدار اندازه‌گیری شده در زمان t است، \bar{y} میانگین داده‌های اندازه‌گیری شده و n طول دوره تناوب مشاهده شده در سری زمانی داده‌های دمای روزانه می‌باشد (هولدر، ۱۹۸۵).

۵- معیار ارزیابی صحت مدل

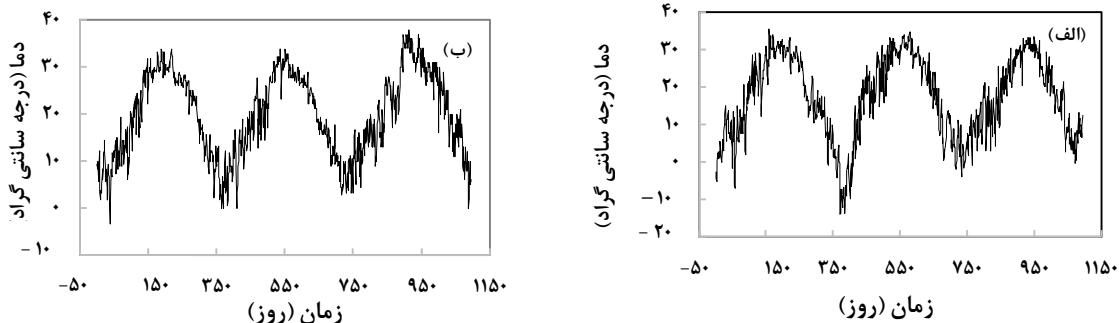
در بررسی‌های آماری از پارامتر ریشه دوم میانگین مربعات خطأ که معیاری برای بررسی میزان صحت مدل در ارائه نتایج می‌باشد به عنوان شاخص واریانس بین مقادیر دمای اندازه‌گیری شده (T_{obs}) و دمای مدل‌سازی شده ($T_{simulated}$) استفاده می‌شود.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (T_{obs} - T_{simulated})^2} \quad (8)$$

همچنین یکی دیگر از معیارها ضریب تبیین (R^2) می‌باشد. میزان اختلاف بین مقادیر اندازه‌گیری شده و مدل‌سازی شده را نشان می‌دهد. کد مربوط به دو مدل فرکتالی و رگرسیون تناوبی با استفاده از نرم‌افزار متلب نوشته شده است. نتایج خروجی دو مدل مقایسه می‌گردند. برای مدل فرکتال مدل‌سازی دمای روزانه از داده‌های دما با فاصله نقاط درون‌یابی پنج و ده روزه استفاده شد. برای مدل‌سازی داده‌های دماهای مفقود (به صورت تصادفی ۱۰٪ از داده‌های هر سال حذف گردید) تا دقت مدل برای داده‌های ناموجود بررسی شود) و در نهایت به ریزمقیاس‌نمایی زمانی دماهای سه ساعته از داده‌های دمای روزانه پرداخته شد. برای مدل رگرسیون، مدل‌سازی دمای روزانه از داده‌های دما با فواصل پنج و ده روزه (استفاده از جملات مدل رگرسیون (۸) با فواصل ۵ و ۱۰ روز به این منظور که در صورت نبود داده کافی امکان مدل‌سازی با داده‌های ۵ و ۱۰ روزه بررسی شده است)، مدل‌سازی داده‌های دماهای مفقود و در نهایت به ریزمقیاس‌نمایی زمانی دماهای سه ساعته از داده‌های دمای روزانه، مدنظر قرار گرفت.

نتایج و بحث

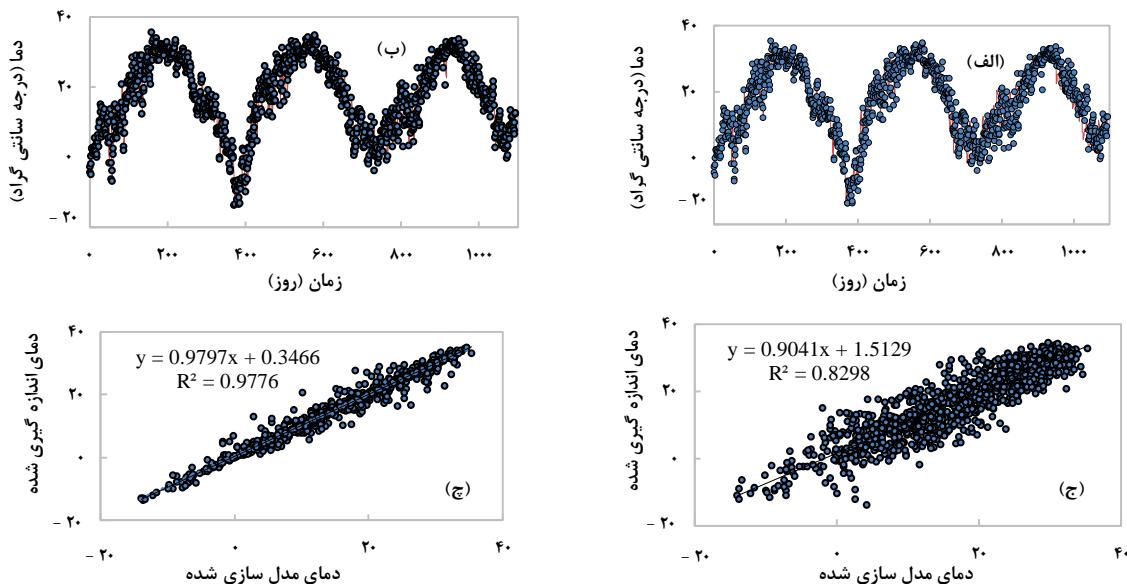
شکل (۱-الف) رفتار تناوبی سری زمانی دمای روزانه ایستگاه سینوپتیک مشهد و (۱-ب) ایستگاه سینوپتیک کرمان را نشان می‌دهد. با توجه به نوسانات می‌توان انتظار



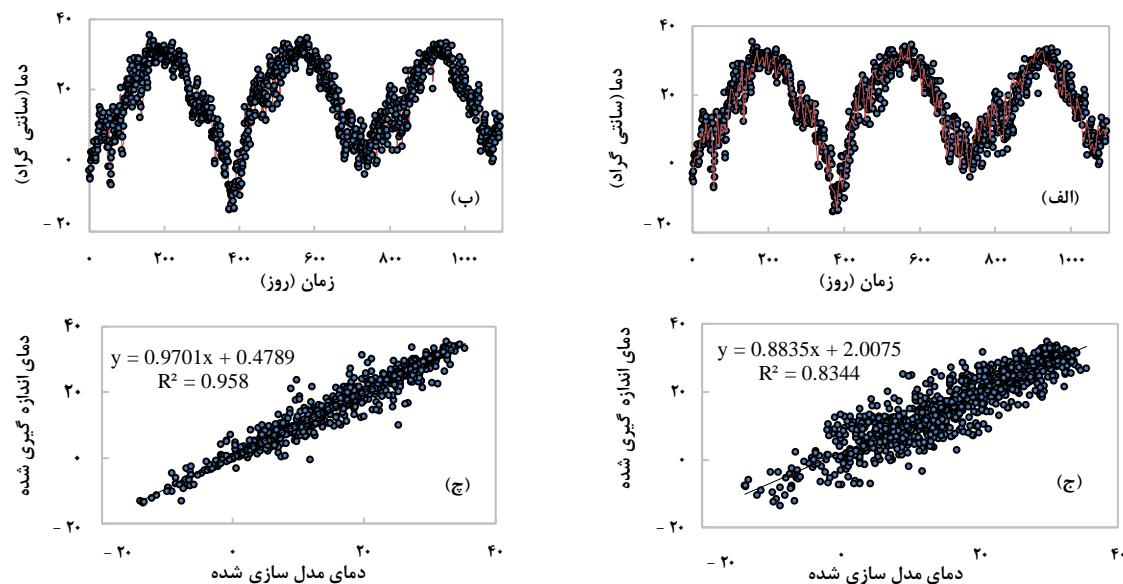
شکل ۱- رفتار تناوبی داده‌های دمای الف- مشهد در دوره سه ساله از روز اول ژانویه ۲۰۰۷-۲۰۰۹ و ب- کرمان در دوره سه ساله از روز اول ژانویه ۱۹۸۰-۱۹۸۲

که نقاط ثابت بهینه نباشند ولی از طرف دیگر تعداد نقاط درون‌یابی کمتر شده که منجر به کاهش بازه‌های درون‌یابی و لذا زمان اجرای فرآیند مدل‌سازی می‌شود. ولی از طرف دیگر معمولاً این برتری با افزایش خطای مدل‌سازی همراه است و لذا یافتن تقابلی بین سرعت و دقیق همواره چالش برانگیز بوده است. همین مفهوم برای مدل‌سازی رگرسیون تناوبی نیز وجود دارد. نتایج آزمون‌های آماری در جدول ۱ برای دو مدل فرکتال و رگرسیون تناوبی و دو ایستگاه سینوپتیک مشهد و کرمان بیان شده است.

در شکل‌های ۲ و ۳ معادله خط رگرسیون بین نقاط اندازه‌گیری شده و مدل‌سازی شده قید شده است. عرض از مبدأ و شیب این خطوط به ترتیب بسیار نزدیک به صفر و یک بوده و ضریب همبستگی خطوط نیز بالا می‌باشد. با این حال در این پژوهش از آزمون مناسب آماری استفاده گردید و بر پایه نتایج مشخص شد که در هیچ مورد تفاوت ضرایب با مقادیر ایده‌آل صفر و یک در سطح معنی‌داری ۵ درصد معنی‌دار نبود. تفاوت بین فاصله درون‌یابی ۵ و ۱۰ روز (شکل‌های ۲ و ۳) در این است که با افزایش این فاصله، نقاط ثابت درون‌یابی در مدل‌سازی فرکتال از مجموعه‌ای کوچک‌تر انتخاب می‌شود و لذا ممکن است



شکل ۲- مقایسه نتایج حاصل از مدل‌سازی (خط ممتد) با مقادیر دمای اندازه‌گیری شده (نقاط) حسب درجه سانتی‌گراد در مقیاس زمانی روزانه از داده‌های ۵ روزه در یک دوره سه ساله از ژانویه ۲۰۰۷ تا دسامبر ۲۰۰۹ ایستگاه سینوپتیک مشهد به روش الف- رگرسیون تناوبی، ب- فرکتال و مقایسه تطبیقی با خط ۱:۱- ج- رگرسیون تناوبی و ج- فرکتال



شکل ۳- مقایسه نتایج حاصل از مدل سازی (خط ممتند) با مقادیر دمای اندازه‌گیری شده (نقاط) حسب درجه سانتی‌گراد در مقیاس زمانی روزانه از داده‌های ۱۰ روزه در یک دوره سه ساله از ژانویه ۲۰۰۷ تا دسامبر ۲۰۰۹ ایستگاه سینوپتیک مشهد به روش الف- رگرسیون تنبابی، ب- فراکتال و مقایسه تطبیقی با خط ۱: ج- رگرسیون تنبابی و ج- فراکتال

می‌توان داده‌های حذف شده را با دقیقی مناسب مدل‌سازی کرد هر چند که این مقادیر با داده‌های اصلی تفاوت دارد اما این مقدار اختلاف به طور کلی از مفقود بودن داده بهتر است. نتایج آماره‌های هر دو ایستگاه سینوپتیک هم که در جدول ۲ آمده‌اند این نتیجه‌گیری را قوی‌تر می‌کنند. همچنین با توجه به نتایج موجود در جدول ۲ می‌توان بیان نمود که با توجه به اینکه دو مجموعه متفاوت داده از دو ایستگاه سینوپتیک متفاوت و ۶ سال مختلف انتخاب شده‌اند، پس مکان داده مفقود بر مدل‌سازی آن تأثیر منفی ندارد. همچنین طبیعی است که مدل‌سازی داده مفقود مبنی بر این شرط قابل قبول است که تعداد داده مفقود در یک محدوده خاص قابل قبول است و چنانچه تعداد داده مفقود از حدی بیش‌تر شود کل مدل‌سازی دچار چالش شده و چه بسا به طور کل مورد تأیید نباشد.

۳- ریزمقیاس نمایی دمای سه ساعته از دمای روزانه
از آنچاکه وجود اطلاعات در بازه زمانی مناسب برای شناخت یک پدیده بسیار ضروری است، در این بخش از روی داده‌های روزانه دوره‌های سه ساله ۲۰۰۷-۲۰۰۹ میلادی ایستگاه سینوپتیک مشهد و ۱۹۸۲-۱۹۸۰ میلادی ایستگاه سینوپتیک کرمان، به ریزمقیاس نمایی زمانی پرداخته و دمای سه ساعته از روی دمای روزانه این سال‌ها مدل‌سازی گردید.

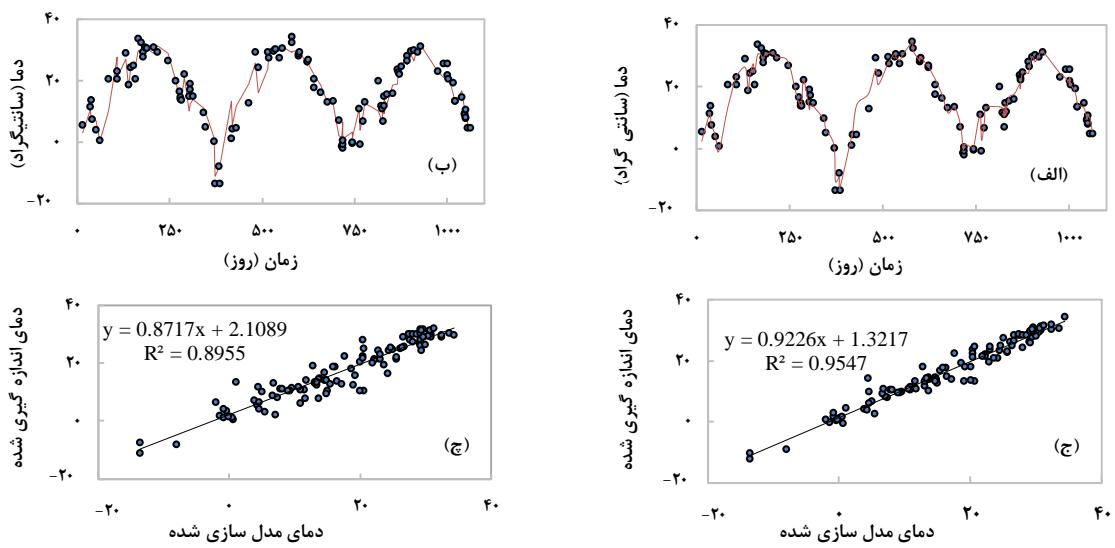
در هیچ کدام از مدل‌ها و ایستگاه‌ها تفاوت ضرایب با مقادیر ایده‌آل صفر و یک در سطح ۵ درصد تفاوت معنی داری را نشان نداد. در نهایت دقت و صحت مدل در فاصله زمانی زیاد نسبت به زمانی که فواصل زمانی مدل‌سازی کمتر انتخاب شود، کاهش می‌یابد. همچنین مشخص است که مکان مورد مطالعه و زمان مورد بررسی بر عملکرد مدل‌ها تأثیر منفی نداشته و مدل‌ها به خوبی می‌توانند رفتار پدیده مورد نظر را مدل‌سازی کنند.

۲- مدل‌سازی داده‌های ناموجود

داده‌های مفقود یا اندازه‌گیری نشده در سری زمانی داده‌ها یکی از مشکلاتی است که مدل‌سازی را با خطا مواجه می‌کند. شناسایی داده مفقود و تخمین آن با توجه به رفتار سری زمانی می‌تواند تا حدی این مشکل را برطرف کند. در این بخش به مدل‌سازی داده‌هایی پرداخته شد که در سری زمانی حذف شده یا به هر دلیلی اندازه‌گیری نشده‌اند. به این منظور ۱۰ درصد داده‌های هر سال (حدوداً ۳۶ داده) هر دو ایستگاه سینوپتیک به طور تصادفی حذف گردید. سپس توابع درون‌یاب فراکتال و مدل رگرسیون تنبابی را برای داده‌های موجود (باقي مانده) اجرا و پس از آن داده‌های مربوط به نقاطی که حذف شده‌اند از روی مدل برآورده گردیدند. داده‌های حذف شده در ایستگاه سینوپتیک مشهد با داده‌های مدل‌سازی شده در شکل ۴ مقایسه شدند. نتایج حاضر نشان می‌دهد که

جدول ۱- معیارهای ارزیابی صحت و دقت در مدل رگرسیون تناوبی برای مدل‌سازی داده‌های دما با فواصل ۵ و ۱۰ روزه در ایستگاه مشهد و کرمان

R^2	RMSE (°C)	سال	روش	فاصله درون‌یابی	شهر	R^2	RMSE (°C)	سال	روش	فاصله درون‌یابی	شهر	
۰/۷۵	۴/۳۱	۱۹۸۰	رگرسیون	روزه ۵	کرمان	۰/۸۹	۳/۴۵	۲۰۰۷	فراکتال	مشهد	روزه ۵	
۰/۸۹	۴/۰۱	۱۹۸۱				۰/۸۵	۴/۷۶	۲۰۰۸				
۰/۸۳	۴/۱۲	۱۹۸۲				۰/۷۳	۴/۹۴	۲۰۰۹				
۰/۹۱	۱/۵۹	۱۹۸۰				۰/۹۷	۱/۶	۲۰۰۷				
۰/۹۷	۱/۱۹	۱۹۸۱				۰/۹۸	۱/۵۲	۲۰۰۸				
۰/۹۵	۱/۴۴	۱۹۸۲		روزه ۱۰		۰/۹۶	۱/۷۳	۲۰۰۹			روزه ۱۰	
۰/۷۳	۴/۴۵	۱۹۸۰				۰/۸۴	۳/۷۷	۲۰۰۷				
۰/۸۰	۴/۲۱	۱۹۸۱	رگرسیون			۰/۸۳	۴/۹۰	۲۰۰۸	رگرسیون			
۰/۷۵	۴/۳۷	۱۹۸۲	۰/۷۰			۵/۱۲	۲۰۰۹					
۰/۹۴	۲/۰۸	۱۹۸۰	۰/۹۴			۲/۳۷	۲۰۰۷	فراکتال				
۰/۹۸	۱/۵۳	۱۹۸۱	فراکتال			۰/۹۷	۱/۷۴	۲۰۰۸	فراکتال			
۰/۹۵	۱/۹۵	۱۹۸۲	۰/۹۳			۲/۴۷	۲۰۰۹					

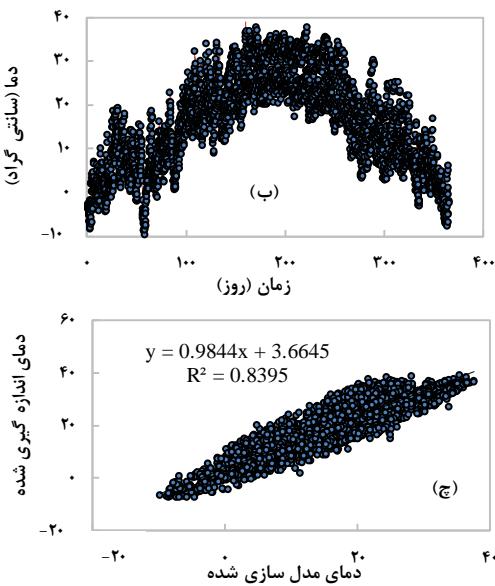


شکل ۴- مقایسه نتایج حاصل از مدل‌سازی (خط ممتد) ۱۰۸ داده حذف شده با داده اندازه گیری شده (نقطه) حسب درجه سانتی گراد در مقیاس زمانی روزانه مشهد در دوره سه ساله از ژانویه ۲۰۰۹ تا دسامبر ۲۰۰۷ و الف- رگرسیون تناوبی، ب- فراکتال، ج- مقایسه تطبیقی نسبت به خط ۱:۱ با استفاده از رگرسیون تناوبی و ج- مقایسه تطبیقی نسبت به خط ۱:۱ با استفاده از فراکتال

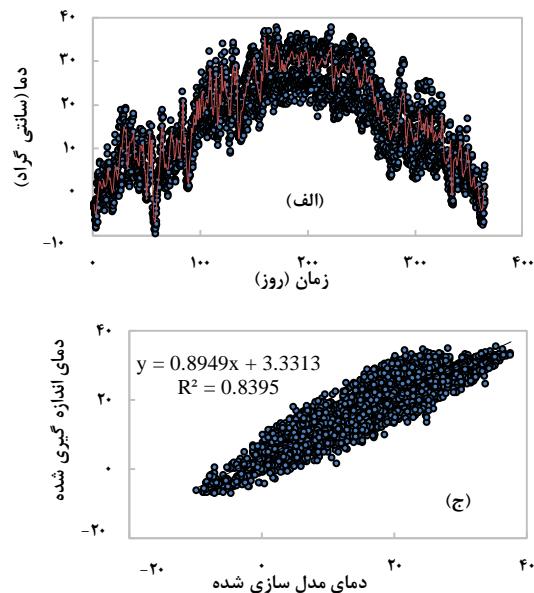
جدول ۲- معیارهای ارزیابی صحت و دقت در مدل رگرسیون تناوبی و فراکتال داده‌های حذف شده مدل‌سازی شده و اندازه گیری شده

R^2	RMSE (°C)	سال	روش	شهر	R^2	RMSE (°C)	سال	روش	شهر
۰/۹۷	۲/۲۲	۱۹۸۰	رگرسیون	کرمان	۰/۹۳	۲/۳۹	۲۰۰۷	فراکتال	مشهد
۰/۹۴	۲/۳۵	۱۹۸۱			۰/۹۷	۲/۲۴	۲۰۰۸		
۰/۹۸	۲/۲۰	۱۹۸۲			۰/۹۴	۲/۳۱	۲۰۰۹		
۰/۸۷	۳/۹۶	۱۹۸۰		مشهد	۰/۸۶	۳/۴۳	۲۰۰۷		
۰/۸۵	۴/۱۲	۱۹۸۱	فراکتال		۰/۹۲	۴/۰۸	۲۰۰۸	فراکتال	
۰/۹۰	۳/۵۴	۱۹۸۲	۰/۸۸		۳/۳۳	۲۰۰۹			

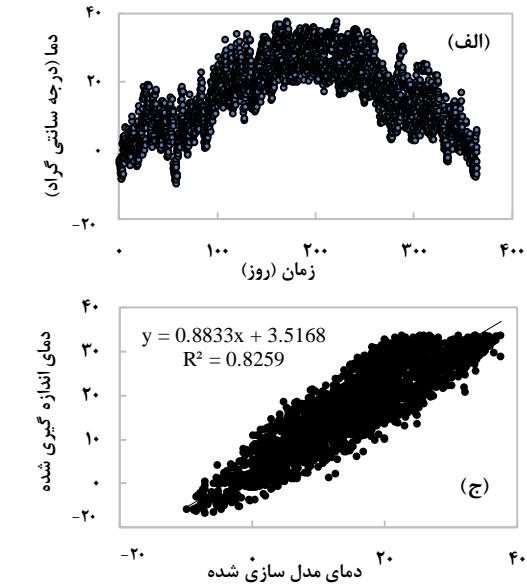
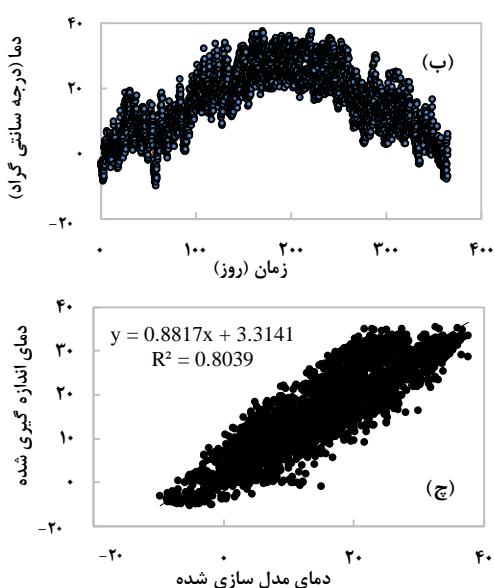
تطبیقی بین دماهای سه ساعته مدل‌سازی شده و اندازه‌گیری شده توسط دو روش به ترتیب با فاصله درون‌یابی ۵ روز و ۱۰ روز را نشان می‌دهند.



شکل‌های ۵ و ۶ دمای مدل‌سازی شده سه ساعته از روی دمای روزانه برای سال ۲۰۰۷ ایستگاه سینوپتیک مشهد توسط رگرسیون تناوبی و فراکتال و نیز مقایسه



شکل ۵- مقایسه نتایج حاصل از ریزمقیاس‌نمایی سه ساعته از داده‌های روزانه (خط ممتد) با دمای اندازه‌گیری شده (نقطاط) حسب درجه سانتی‌گراد در مقیاس زمانی سه ساعته در سال ۲۰۰۷ در ایستگاه مشهد با فاصله درون‌یابی ۵ روز (الف- توسط رگرسیون، ب- توسط فراکتال و مقایسه تطبیقی با خط ۱:۱ و ج- توسط رگرسیون و ج- توسط فراکتال



شکل ۶- مقایسه نتایج حاصل از ریزمقیاس‌نمایی سه ساعته از داده‌های روزانه (خط ممتد) با دمای اندازه‌گیری شده (نقطاط) حسب درجه سانتی‌گراد در مقیاس زمانی سه ساعته در سال ۲۰۰۷ در ایستگاه مشهد و با فاصله درون‌یابی ۱۰ روز (الف- توسط رگرسیون، ب- توسط فراکتال و مقایسه تطبیقی با خط ۱:۱ و ج- توسط رگرسیون و ج- توسط فراکتال

ریزمقیاس‌نمایی ۳ ساعته اختلاف میان مقادیر مدل‌سازی مربوط به فواصل ۵ و ۱۰ روزه بسیار کم است به عبارتی اختلاف موجود در مدل‌سازی روزانه اینجا به دلیل ریزتر شدن داده‌ها کمتر دیده می‌شود. از جدول و شکل‌ها

از آنجا که صحت این مدل‌ها برای داده‌های ۵ و ۱۰ روز مناسب بودند لذا حذف داده خللی در مدل ایجاد نکرده و مدل با چالش جدیدی مواجه نشده است. نتایج آماره‌ها در جدول ۳ بیان شده است. بررسی آماره‌ها نشان می‌دهد در

و حتی با توجه به پراکندگی نقاط، عرض از مبدأ و شبیه این خطوط در مدل‌سازی‌ها در سطح ۵٪ تفاوت معنی‌داری به ترتیب با صفر و یک ندارند. در نهایت ریزمقیاس‌نمایی توسط فراکتال با کمی اختلاف نتایج بهتری را نسبت به ریزمقیاس‌نمایی توسط رگرسیون نشان دادند.

چنان برداشت می‌شود که دمای‌های مدل‌سازی شده سه ساعته به خوبی رفتار دمای‌های اندازه‌گیری شده سه ساعته را در دو ایستگاه سینوپتیک تقلید کرده‌اند. در همه مدل‌سازی‌های انجام شده پس از مقایسه تطبیقی مقادیر مدل‌سازی شده با مقادیر اندازه‌گیری شده، مشاهده می‌شود که نقاط تقریباً بر روی نیمساز ربع اول واقع شده

جدول ۴- معیارهای ارزیابی صحت و دقت ریزمقیاس‌نمایی سه ساعته از داده‌های روزانه با فاصله درون‌یابی ۵ و ۱۰ روز

R^2	RMSE (°C)	سال	روش	فاصله درون‌یابی	شهر	R^2	RMSE (°C)	سال	روش	فاصله درون‌یابی	شهر
۰/۹۰	۴/۵۶	۱۹۸۰	رگرسیون	۵	رگرسیون	۸۲/۰	۶۰/۴	۲۰۰۷	فراكتال	۵	مشهد
۰/۹۳	۴/۲۱	۱۹۸۱				۰/۸۸	۶۹/۴	۲۰۰۸			
۰/۹۲	۴/۲۴	۱۹۸۲				۰/۸۱	۵۲/۴	۲۰۰۹			
۰/۹۵	۴/۱۶	۱۹۸۰				۰/۸۲	۴/۱۴	۲۰۰۷			
۰/۹۸	۳/۹۵	۱۹۸۱				۰/۸۶	۴/۱۱	۲۰۰۸			
۰/۹۷	۴/۰۸	۱۹۸۲	کرمان	۱۰	رگرسیون	۰/۷۹	۴/۱۱	۲۰۰۹	فراكتال	۱۰	مشهد
۰/۸۲	۵/۴۸	۱۹۸۰				۰/۸۲	۵/۶۹	۲۰۰۷			
۰/۸۵	۵/۱۱	۱۹۸۱				۰/۸۷	۵/۸۱	۲۰۰۸			
۰/۸۴	۵/۲۴	۱۹۸۲				۰/۸۰	۵/۵۴	۲۰۰۹			
۰/۸۷	۴/۷۹	۱۹۸۰				۰/۸۰	۴/۱۱	۲۰۰۷			
۰/۹۲	۴/۴۲	۱۹۸۱	فراكتال	۱۰	رگرسیون	۰/۸۶	۴/۱۱	۲۰۰۸	فراكتال	۱۰	مشهد
۰/۸۶	۴/۶۱	۱۹۸۲				۰/۷۷	۴/۱۳	۲۰۰۹			

خطا را بین ۱/۵۲-۱/۱۹ و ۵/۸۱-۵/۴۸ درجه سانتی‌گراد نشان دادند و همچنین عرض از مبدأها و شبیه‌های خطوط در مدل‌سازی‌ها در سطح ۵٪ تفاوت معنی‌داری به ترتیب با صفر و یک ندارند. با این حال از نتایج ارائه شده واضح است که مکان و بازه زمانی مورد مطالعه تأثیر منفی بر مدل‌سازی ندارند، همچنین مدل‌سازی و پیش‌بینی و ریزمقیاس‌نمایی با دقت و کیفیت مناسب انجام شده است و نتایج ریزمقیاس‌نمایی با کمی اختلاف عملکرد فراکتال را بهتر از رگرسیون نشان داده‌اند.

منابع

- Barnsley, M. F. 1988. Fractal everywhere. New York: Academic Pres.567.
- Bliss, C. I. 1970. Statistics in Biology. New York: McGraw-Hill Book Company .
- Fischer, M. J., Paterson, A. W. 2014. Detecting trends that are nonlinear and asymmetric on diurnal and seasonal time scales. Clim. Dyn., 43: 361–374.
- Holder, R. L. 1985. Multiple Regression in Hydrology. Institute of Hydrology Wallingford. <http://en.wikipedia.org/wiki/Kerman>. <http://en.wikipedia.org/wiki/Mashhad>.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق به مدل‌سازی سری زمانی دما به کمک توابع درون‌یاب فراکتال و رگرسیون تناوبی پرداخته شد. به منظور بررسی رفتار دو مدل رگرسیون تناوبی و فرکتال بر اقلیمهای مختلف و سال‌های متفاوت در این تحقیق از داده‌های دمای هوای ایستگاه سینوپتیک مشهد سال‌های ۱۹۸۲ تا ۲۰۰۹ میلادی و سال‌های ۱۹۸۰ تا ۲۰۰۴ میلادی ایستگاه سینوپتیک کرمان به صورت روزانه و سه ساعته استفاده شده است. علاوه بر مدل‌سازی روزانه دما، مدل‌سازی داده‌های دمای اندازه‌گیری نشده یا حذف شده و همچنین ریزمقیاس‌نمایی سه ساعته دما از ریشه دوم داده‌های روزانه، انجام شده است. از آماره‌های ریشه دوم میانگین مربعات خطأ و ضریب همبستگی برای بررسی میزان دقت و صحت مدل استفاده شده است. به طور کلی با افزایش بازه زمانی داده‌های ورودی در مدل‌سازی، آماره R^2 و RMSE به ترتیب افزایش کاهش یافته. آزمون‌های آماری به ترتیب برای مشهد و کرمان مقادیر آماره R^2 را بین ۰/۹۸-۰/۷۷ و ۰/۹۸-۰/۸۲ و ریشه میانگین مربعات

-
- Pathirana, A. 2001. Fractal modeling of rainfall: Disaggregation in time and space for hydrological applications. Ph. D. thesis, University of Tokyo, Japan.
- Prudhomme, G., Reed, D. W. 1998. Relationships between extreme daily precipitation and topography in the Mounainous region. A case study in Scotland. *Int. J. Climatol.*, 18: 1439-1453.
- Puente, C. E. 1995. Geometric modeling of rainfall fields. Water Resources Center Technical Completion Report W-804. University of California, Davis.
- Strahle, W. C. 1991. Turbulent combustion data analysis using fractals. *AIAA J.*, 29(3): 409-417.
- Kolehmainen, M., Martikainen, H., Ruuskanen, J. 2001. Neural networks and periodic components used in air quality forecasting. *Atmos. Environ.*, 35: 815-825.
- Li, X. F., Li, X. F. 2008. An explicit fractal interpolation algorithm for reconstruction of seismic data. *Chin. Phys. Lett.*, 25(3): 1157-1168.
- Little, T. M., Hills, F. J. 1978. Agricultural Experimentation Design and Analysis. NewYork: John Wiley and Sons, Inc .
- Marko, J., Nikolić, E. 1982. Characteristics of yield development of the main field crops in SAP of Vojvodina. *Contemp. Agric.*, 30(2): 87-98 .
- Mazel, D. S., Hayes, M. H. 1992. Using iterated function systems to model discrete sequences. *IEEE Trans. Sig. Proc.*, 40(7): 1724-1734.

Disaggregation of air temperature by using fractal and periodic regression in two arid and semi-arid climate

Sh. Tajabadi¹, B. Ghahraman^{*2}, A. N. Ziae³

Received: 26/11/2015

Accepted: 22/07/2016

Abstract

Air temperature is one the most important variables required for environmental and agricultural studies which are not generally available with sufficient spatial and temporal resolution. Thus, the spatial and temporal disaggregation of properties of the catchment is essential for optimal management of the catchment. The common interpolation functions, including fractal, and regression can produce reasonable results. In this research the interpolation functions based on fractal and periodic regression models were used for modeling and disaggregating temperature datasets for the period of 2007- 2009 at Mashhad and 1980-1982 at Kerman Synoptic stations, respectively. At first, two produced daily temperature from daily datasets. Then data with 5-day and 10-day intervals were used to produce daily temperature. Second, we considered data to be missing at random, and then periodic regression and fractal interpolation were adopted to model daily temperature and then to generate 3-hours temperature. On general results showed similar trends in both climates, and 5-day intervals performed more acceptable, such that determination coefficient for Mashhad and Kerman was 0.98 - 0.77 and 0.98 - 0.82, respectively, while RMSE was between 1.52 - 5.81 and 1.19 - 5.48 °C, respectively. The intercepts and slopes of regression lines between measured and predicted temperatures were not statistically (5% level of significant) different from 0 and 1, respectively. On the overall, fractal interpolation was better than periodic regression.

Keywords: Fourier series, Interpolation, Missing data, Modeling



¹ M. Sc. Student of Water Engineering Department, College of Agriculture, Ferdowsi University, Mashhad, Iran

² Professor of Water Engineering Department, College of Agriculture, Ferdowsi University, Mashhad, Iran

(* Corresponding author email address: bijangh@um.ac.ir)

³ Assistant Professor of Water Engineering Department, College of Agriculture, Ferdowsi University, Mashhad, Iran